ENUNCIADO DEL EJEMPLO 10

Un disco homogeneo de masa m2 y radio R gira a velocidad constante segun su eje que es vertical. Sobre un punto de su extremo pende un pendulo formado por un segmento de masa despreciable y una masa puntual en su extremo.

Paso 0. Reiniciación de las variables del sistema y llamada a los paquetes linalg, plots y plottools.

```
> restart:
> with(linalg):with(plots):with(plottools):
Warning, the protected names norm and trace have been redefined and unprotected

Warning, the name changecoords has been redefined

Warning, the name arrow has been redefined

> libname:="C:/",libname:
> with(mecapac3d):
```

Paso 1. Definimos las coordenadas generalizadas del sistema en una lista que se denominará cg.

```
> cg:=[theta,phi];
```

$$cg := [\theta, \phi]$$

Paso 2. Definición mediante variables de los elementos que forman el sistema mecánico.

```
> masa:=[punto,(R+l*sin(theta))*cos(phi),(R+l*sin(theta))*sin(phi),-(l*cos
(theta)),m1];
```

$$masa := [punto, (R + l\sin(\theta))\cos(\phi), (R + l\sin(\theta))\sin(\phi), -l\cos(\theta), m1]$$

```
> disco1:=[disco,[0,0,0],rota(phi,3),m2,R];
```

$$disco1 := \left[disco, [0, 0, 0], \begin{bmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) & 0 \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, m2, R \right]$$

```
> l1:=[segmento,[R*cos(phi),R*sin(phi),0],[(R+l*sin(theta))*cos(phi),(R+l*
sin(theta))*sin(phi),-(l*cos(theta))],red];
```

$$l1 := [segmento, [R\cos(\phi), R\sin(\phi), 0], [(R + l\sin(\theta))\cos(\phi), (R + l\sin(\theta))\sin(\phi), -l\cos(\theta)], red]$$

Paso 3. Definición de los elementos gráficos que definiran nuestro sistema de ejes.

```
> ejex:=[vector,[0,0,0],[20,0,0],red]:
> ejey:=[   vector  ,[0,0,0],[0,20,0],green]:
> ejez:=[   vector  ,[0,0,0],[0,0,20],blue]:
> TO := [texto,[0,0,-1],"O"]:
> TX := [texto,[20,0,-1],"X"]:
```

```
> TY := [texto,[0,20,-1],"Y"]:
> TZ := [texto,[0,0,21],"Z"]:
```

Paso 4. Definición de la variable sistema que agrupa en una lista todos los elementos anteriores.

```
> sistema:=[masa,disco1,l1,ejex,ejey,ejez,TO,TX,TY,TZ]:
```

Paso 5. Obtención de la energía potencial del sistema mediante fV asignándola a la variable V.

```
> V:=fV(sistema);
```

$$V := -m1\, g\, l \cos(\theta)$$

Paso 6. Obtención de la energía cinética del sistema mediante fT asignándola a la variable T.

```
> T:=fT(sistema);
```

$$T := \frac{1}{2} m1 \left((l \cos(\theta)\, \theta 1 \cos(\phi) - (R + l \sin(\theta)) \sin(\phi)\, \phi 1)^2 + (l \cos(\theta)\, \theta 1 \sin(\phi) + (R + l \sin(\theta)) \cos(\phi)\, \phi 1)^2 + l^2 \sin(\theta)^2\, \theta 1^2 \right) + \frac{1}{4} \phi 1^2\, m2\, R^2$$

Paso 7. Obtención de la lagrangiana como diferencia de energías entre la energía cinética y la potencial.

```
> L:=simplify(T-V);
```

$$L := \frac{1}{2} m1\, \phi 1^2 R^2 + m1\, \phi 1^2 R\, l \sin(\theta) + \frac{1}{2} m1\, \phi 1^2 l^2 - \frac{1}{2} m1\, \phi 1^2 l^2 \cos(\theta)^2 + \frac{1}{2} m1\, l^2\, \theta 1^2 + \frac{1}{4} \phi 1^2\, m2\, R^2 + m1\, g\, l \cos(\theta)$$

Paso 8. Obtención de las ecuaciones de lagrange para las dos coordenadas generalizadas mediante el operador Ec_lag

```
> ecua:=map(simplify,ec_lag());
```

$$ecua := \left[m1\, l \left(l \left(\frac{d^2}{dt^2} \theta(t) \right) - \left(\frac{d}{dt} \phi(t) \right)^2 R \cos(\theta(t)) - \left(\frac{d}{dt} \phi(t) \right)^2 l \cos(\theta(t)) \sin(\theta(t)) + g \sin(\theta(t)) \right), \right.$$
$$m1 \left(\frac{d^2}{dt^2} \phi(t) \right) R^2 + 2\, m1 \left(\frac{d^2}{dt^2} \phi(t) \right) R\, l \sin(\theta(t)) + 2\, m1 \left(\frac{d}{dt} \phi(t) \right) R\, l \cos(\theta(t)) \left(\frac{d}{dt} \theta(t) \right)$$
$$+ m1 \left(\frac{d^2}{dt^2} \phi(t) \right) l^2 - m1 \left(\frac{d^2}{dt^2} \phi(t) \right) l^2 \cos(\theta(t))^2 + 2\, m1 \left(\frac{d}{dt} \phi(t) \right) l^2 \cos(\theta(t)) \sin(\theta(t)) \left(\frac{d}{dt} \theta(t) \right)$$
$$\left. + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2}{dt^2} \phi(t) \right) m2\, R^2 \right]$$

Paso 9. Asignación de valores numéricos a los parámetros que queden sun asignar para poder proceder a la integración numérica.

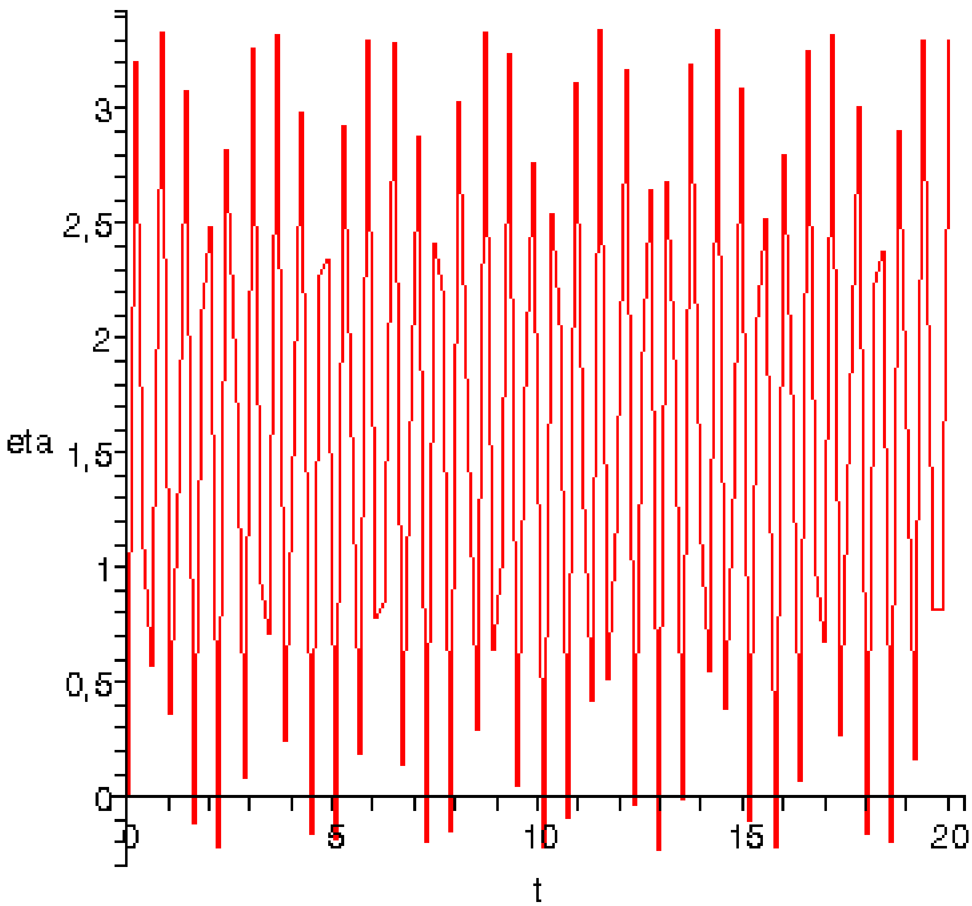
```
> R:=10:l:=5:m1:=5:m2:=5:g:=9.8:
```

Paso 10. Integración numérica del problema mediante la función fint asignando el resultado a la variable res.

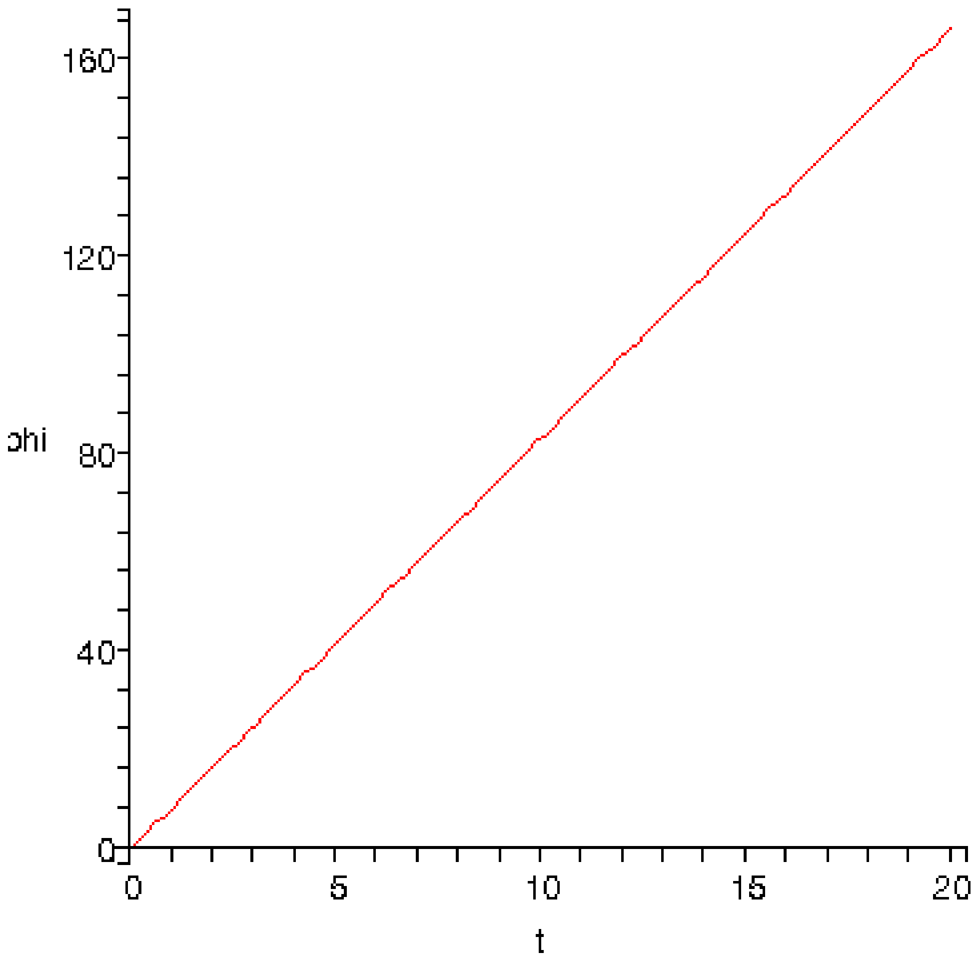
```
> res:=fint([0,10,0,10]):
```

Paso 11. Representación gráfica de las evoluciones temporales de phi y theta mediante odeplot.

```
> odeplot(res,[t,theta(t)],0..20,numpoints=100);
```

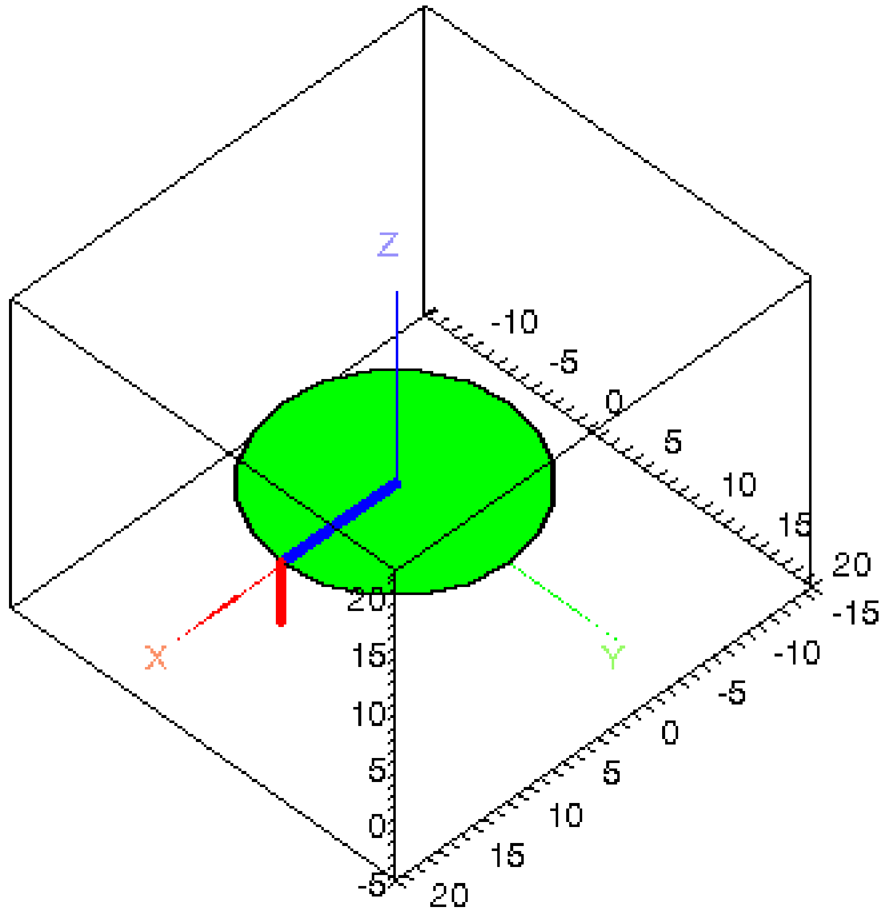



```
> odeplot(res,[t,phi(t)],0..20,numpoints=100);
```



Paso 12. Procedemos a realizar una animación del movimiento del conjunto por medio de la función dibu3

```
> dibu3(1,70);
```



Z
X
Y
-10
-5
0
5
10
15
20
-15
-10
-5
0
5
10
15
20
20
15
10
5
0
-5

>