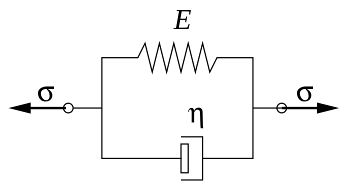
Mecánica de Medios Continuos

EXAMEN PARCIAL (9 de junio de 2004)

Apellidos *Nombre* *N.º*

Ejercicio 2.º (puntuación: 10/30) Tiempo: 60 min.

1.— Sea un material cuya comportamiento uniaxial corresponde a un elemento de Kelvin esquematizado en la figura adjunta. El resorte obedece a la ley $\sigma = E\varepsilon$, y el amortiguador a $\sigma = \eta\dot{\varepsilon}$.



1. Obtener la ecuación diferencial que define el comportamiento de dicho elemento en función de (σ, ε) y sus derivadas.
2. Suponiendo que se aplica de forma instantánea una tensión σ_0 que se mantiene constante a partir de ese instante, demostrar que la evolución de la deformación con el tiempo (función de *fluencia*) es: $\varepsilon(t) = \dfrac{\sigma_0}{E}\left(1 - \mathrm{e}^{-t/\tau}\right)$, siendo $\tau \stackrel{\text{def}}{=} \eta/E$.

2.— La respuesta elástica de un material se puede caracterizar mediante la ley que define las deformaciones en función de las tensiones aplicadas,

$$\varepsilon_{ij} = -\frac{\nu}{E}\sigma_{pp}\delta_{ij} + \frac{1+\nu}{E}\sigma_{ij}, \quad i, j, p = 1, 2, 3.$$

El material es termoelástico isótropo, con un coeficiente de dilatación α. Se pide:

1. Obtener la expresión general anterior modificada para incluir las deformaciones térmicas debidas a un incremento genérico de temperatura $\Delta\theta$.
2. Invertir la relación anterior, para obtener la ley que expresa las tensiones en función de las deformaciones y el incremento de temperatura.
3. Aplicar esta última relación para calcular las tensiones que se originarían en un cilindro de un material termoelástico, cuya deformación se halla impedida en dirección radial y limitada por un tope al valor 10^{-3} en dirección axial, cuando se somete a un incremento de temperatura $\Delta\theta = 100°$ C. (Tomar los datos $\alpha = 10^{-5}$, $E = 210$ GPa y $\nu = 0{,}3$.)

3.— Un cuerpo deformable está sometido en su configuración deformada $\mathcal{B}$ a fuerzas volumétricas $\boldsymbol{b}$ y tensiones $\boldsymbol{t}$ en su superficie. Si se ignoran los efectos inerciales y se acepta el teorema de Cauchy $\boldsymbol{t} = \boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{n}$, siendo $\boldsymbol{n}$ la normal al plano sobre el que actúan las tensiones $\boldsymbol{t}$, demostrar a partir de la ecuación de balance de fuerzas:

$$\int_{\mathcal{B}} \boldsymbol{b}\,\mathrm{d}V + \int_{\partial\mathcal{B}} \boldsymbol{t}\,\mathrm{d}S = \mathbf{0} \ ,$$

la ecuación diferencial del balance de momento lineal: $\operatorname{div}\boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{b} = \mathbf{0}$.

4.— Se considera ahora la deformación infinitesimal de un cuerpo elástico, de ecuación constitutiva $\boldsymbol{\sigma} = 2\mu\boldsymbol{\varepsilon}$. Si se conoce el campo de desplazamientos:

$$\boldsymbol{u}(x_1, x_2, x_3) = x_1\boldsymbol{e}_1 + (x_1 + x_2^2)\boldsymbol{e}_2 \ ,$$

¿Cuál es la fuerza volumétrica $\boldsymbol{b}$ que es necesaria para que dicho cuerpo se encuentre en equilibrio estático?

⋆