MECÁNICA DE MEDIOS CONTINUOS

PROBLEMAS VOLUNTARIOS TEMA 5: ECUACIONES DE BALANCE Curso 2005-06

Problema 1.— Si la intensidad de iluminación de una partícula de fluido en (x, y, z) en el tiempo t viene dada por la función $I = Ae^{-3t}/(x^2 + y^2 + z^2)$ y el campo de velocidades del fluido es:

$$v_x = B(y + 2z), \qquad v_y = B(y + 3z), \qquad v_z = B(2x + 3y + 2z)$$

donde A y B son constantes conocidas, determinar la tasa de cambio de la iluminación experimentada en el tiempo t por la partícula de fluido que se encuentra en el punto $(1, 2, -2)$ en dicho tiempo t.

Problema 2.— Las ecuaciones de un cierto movimiento son:

$$x = X, \qquad y = \frac{1}{2}[(Y + Z)e^t + (Y - Z)e^{-t}], \qquad z = \frac{1}{2}[(Y + Z)e^t - (Y - Z)e^{-t}].$$

Calcular las aceleraciones que observaría a lo largo del tiempo:

1. Un observador situado en el punto fijo $(1, 1, 1)$.
2. Un observador que viajara con la partícula que en $t = 0$ ocupaba el punto $(1, 1, 1)$.
3. Un observador situado en el punto $(1, 1, 1)$ que midiese las aceleraciones como diferencia de las velocidades en dicho punto por unidad de tiempo.

Problema 3.— (Exámen Septiembre 2004)

1. Demostrar que un fluido cuyo campo de velocidad espacial es:

$$\boldsymbol{v}(x_1, x_2, x_3, t) = \frac{3x_2}{x_1^2 + x_2^2}\boldsymbol{e}_1 - \frac{3x_1}{x_1^2 + x_2^2}\boldsymbol{e}_2 \tag{1}$$

   es incompresible.

2. Calcular la aceleración espacial correspondiente al campo de velocidades (1) y el flujo, en todo instante, que atraviesa una superficie esférica centrada en el origen y con radio unidad.

3. Se considera un fluido incompresible con ecuación constitutiva

$$\boldsymbol{\sigma} = -\pi\mathbf{1} + 2\mu\boldsymbol{d}.$$

   En esta ecuación π es una función escalar y $\boldsymbol{d}$ es el gradiente de la velocidad de deformación. A partir del teorema de las fuerzas vivas:

$$P_{\text{ext}} = \frac{d}{dt}K + \int_{\mathcal{B}} \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{d}\, dv,$$

   demostrar que si la potencia exterior aplicada P_{ext} es nula, el valor de la energía cinética K de ste fluido no puede crecer en el tiempo.