

II CONGRESO DE ACHE DE PUENTES Y ESTRUCTURAS  
Investigaciones y estudios. Modelos de cálculo.



**Título:**

Interacción vehículo-estructura en puentes de ferrocarril:  
métodos de cálculo y valoración del sobre-amortiguamiento añadido

**Autores:**

Jaime Domínguez y José M. Goicolea  
Grupo de Mecánica Computacional  
E.T.S.I. de Caminos, Canales y Puertos  
Universidad Politécnica de Madrid

# Resumen

El comportamiento de un puente de ferrocarril al paso de un tren es un fenómeno dinámico complejo que depende de variados factores. Los mecanismos de interacción entre los vehículos y la estructura vienen a producir —en este comportamiento— un efecto de “sobre-amortiguamiento” añadido que reduce, en términos generales, la amplitud de la respuesta tanto en desplazamientos como en aceleraciones. Esta reducción es tanto más notable en situaciones en las que se produce resonancia de la estructura, hecho bastante frecuente en líneas con velocidad de circulación superior a los 200 km/h.

La utilización de modelos de cálculo que consideren los fenómenos de interacción vehículo–estructura en el ámbito de proyecto, está condicionada a la aprobación de la administración competente, al tratarse de herramientas de cálculo no usuales dentro de los estándares ingenieriles que precisan de una contrastación detallada. Por otro lado, para implementar estos modelos se requiere la utilización de ciertos parámetros de los vehículos que son de difícil acceso.

En este informe se detallan los resultados obtenidos a partir de un minucioso estudio de la interacción en una gran espectro de puentes isostáticos, amortiguamientos y velocidades de línea. Se estructuran estos resultados, para cada hipótesis de cálculo (tren-velocidad de línea-amortiguamiento), en términos de la variable  $C$ , definida como tanto por ciento de reducción de la respuesta de los modelos de interacción sobre el de cargas puntuales.

Es clara la utilidad de estos resultados: por un lado, aportan un orden de magnitud sobre el efecto de “sobre-amortiguamiento” que se puede obtener en un método de cálculo, por la consideración de la interacción y, por otro, en situaciones de cambio de condiciones de proyecto (como las adecuaciones de vía) en las que los resultados obtenidos con los métodos simplificados requieran un cálculo más afinado, pueden ayudar a determinar si el problema se refiere a los métodos de cálculo o es, más bien, de tipo estructural.

## 1. Objetivos y alcance

### 1.1. Introducción

El avance de los métodos de cálculo dinámico para puentes de ferrocarril ha venido propiciado por el nacimiento de la alta velocidad ferroviaria. En los últimos años los efectos dinámicos producidos por las composiciones ferroviarias han pasado a ser, en un gran número de casos, condicionantes en el proyecto de estas infraestructuras<sup>1</sup>. Por otro lado, el uso de métodos simplificados de cálculo —basados en envolventes experimentales— ha visto restringido su ámbito de aplicación, bien por la limitación de velocidades establecida ( $v \leq 200$  km/h), bien por la difícil equiparación entre la respuesta dinámica de ciertas tipologías hiperestáticas (como los viaductos continuos)

---

<sup>1</sup>Dentro del ámbito de la dinámica de puentes de ferrocarril y el fenómeno de la resonancia se recomienda, por su interés, (Domínguez Barbero, 2001).

y la respuesta del puente isostático<sup>2</sup>.

Las diferentes normativas de acciones en puentes de ferrocarril prescriben la obligatoriedad de realizar cálculos dinámicos específicos cuando las metodologías simplificadas pierden validez, situación cada vez más frecuente en las estructuras proyectadas dentro de líneas de alta velocidad.

De esta manera, y con el horizonte puesto en prestar la máxima ayuda posible a los proyectistas de puentes de ferrocarril y a las administraciones responsables de su mantenimiento, se han ido desarrollando en estos últimos tiempos métodos de cálculo complementarios a las ya existentes. Estas últimas se han ceñido casi exclusivamente al ámbito de la investigación académica, a la vez que los modelos matemáticos desarrollados presentaban una excesiva complejidad y esfuerzo de cálculo en la etapa de proyecto.

La necesidad de proponer métodos simplificados que a la par de facilitar herramientas suficientemente precisas de cálculo, contribuyan a una mejor comprensión del comportamiento dinámico de las estructuras, ha supuesto una fuerte motivación dentro de diversos grupos de investigación, tanto institucionales como universitarios. Dentro de este informe se propone un método de cálculo para modelos con interacción aplicable al cálculo de puentes.

## 1.2. Motivación

Para entender el problema que se plantea en su contexto, estudiemos un caso práctico que nos pueda servir como ejemplo. Vamos a tratar el paso de un tren Talgo de alta velocidad por un puente<sup>3</sup> isostático de 10 metros de luz. Tomaremos como tasa de amortiguamiento de referencia  $\zeta = 0,5\%$ .

En la figura 1 se puede observar la aceleración máxima producida en el centro del vano en función de la velocidad de paso de un Talgo de alta velocidad para el puente en estudio. Se han utilizado para la obtención de estos resultados un modelo de cargas puntuales. Como se puede observar en la figura 1 se presentan, para las velocidades de 340 y 420 km/h, dos claros fenómenos resonantes, en los que se amplifica la respuesta por encima de lo esperado. Esta amplificación puede resultar determinante en el proyecto de esta estructura<sup>4</sup>. Estos resultados se han obtenido con un modelo de puntuales.

Si se superponemos la curva anterior a la obtenida con un modelo de interacción vehículo-estructura, se puede apreciar (ver figura 2 el efecto de sobre-amortiguamiento al que se puede asimilar la reducción de la respuesta en el entorno del pico resonante.

En el caso de tener un amortiguamiento mayor la reducción de la res-

---

<sup>2</sup>De acuerdo a lo propuesto en (UIC Code 776 - 1 R, 1979), los efectos dinámicos producidos por un tren en una estructura cualquiera, se pueden valorar a través del coeficiente de impacto  $\Phi$ , asimilando esta estructura a una viga isostática equivalente de longitud  $L_{\Phi}$ .

<sup>3</sup>Tomaremos como características de referencia las propuestas en el catálogo de puentes isostáticos del comité ERRI D214:  $EI = 2593823 \text{ kN m}^2$ ,  $\rho = 10 \text{ t/m}$ ,  $f_0 = 8 \text{ Hz}$ .

<sup>4</sup>Recuérdese que según las normativas más recientes —(IAPF 2001, 2001), (UNE-ENV 1991-3, 1998)— las comprobaciones dinámicas se realizan con la aceleración máxima en el tablero (que debe ser inferior a la aceleración vertical máxima permitida) y el desplazamiento máximo (que contribuirá a la determinación del coeficiente de impacto real de la estructura).

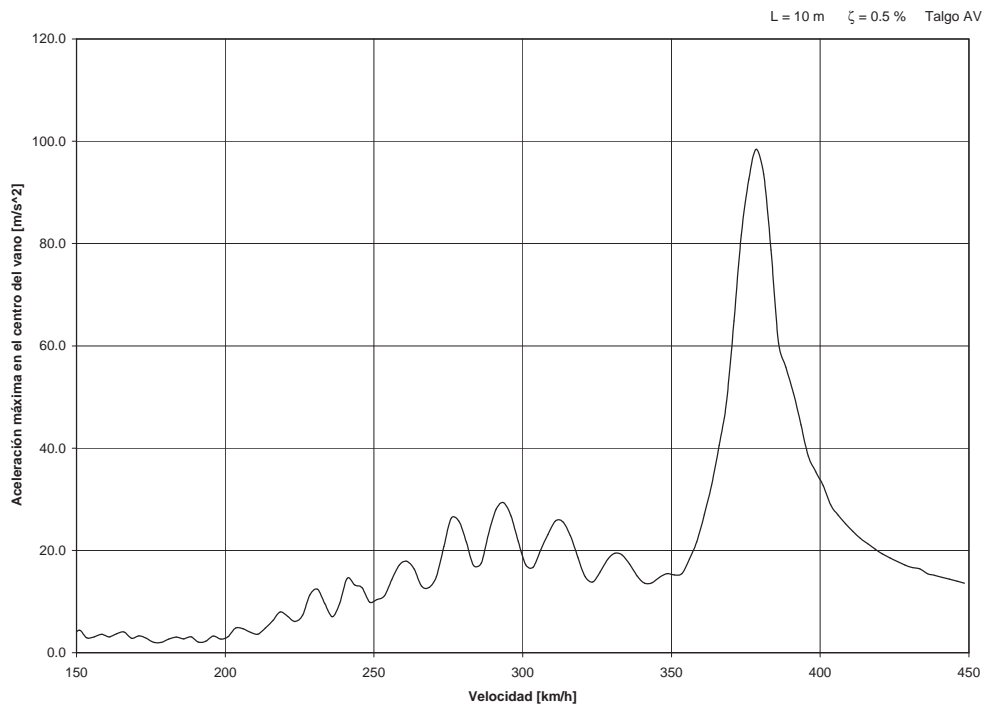


Figura 1: *Aceleración máxima producida en el centro de vano en función de la velocidad de paso de un tren Talgo de alta velocidad.  $L=10\text{ m}$ ;  $\zeta = 0,5\%$ . [Modelo de cargas puntuales]*

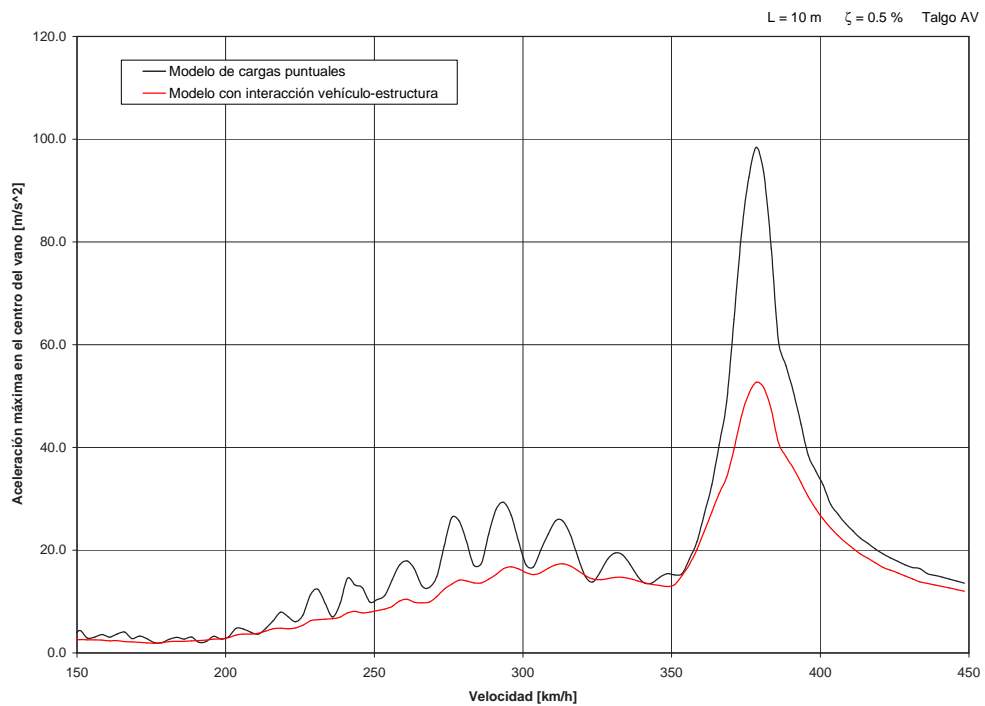


Figura 2: *Aceleración máxima producida en el centro de vano en función de la velocidad de paso de un tren Talgo de alta velocidad.  $L=10\text{ m}$ ;  $\zeta = 0,5\%$ .*

puesta obtenida por la consideración de la interacción es menos acusada, tal y como se puede comprobar en la figura 3, donde se comparan los resultados obtenidos para los casos de  $\zeta = 0,5\%$  y  $\zeta = 4\%$ .

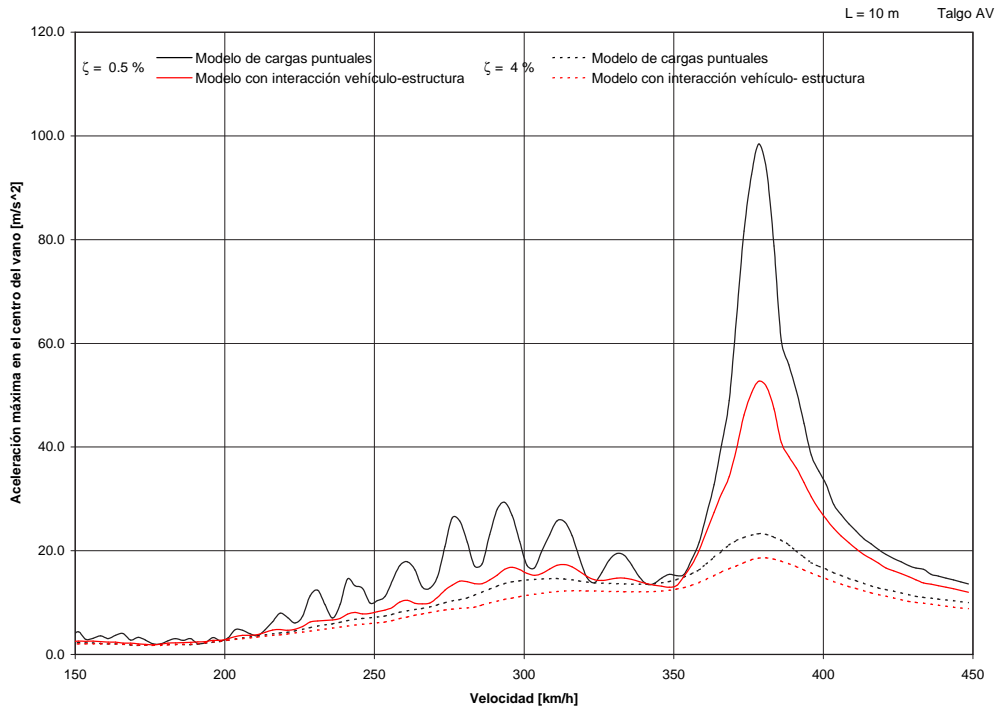


Figura 3: *Aceleración máxima producida en el centro de vano en función de la velocidad de paso de un tren Talgo de alta velocidad.  $L=10\text{ m}$ . Comparación para amortiguamientos  $\zeta = 0,5\%$  y  $\zeta = 4\%$ .*

Para concluir este apartado de introducción a la importancia de los fenómenos de interacción queda comentar que, como era de esperar, los efectos de interacción asociados a trenes distintos no tienen por qué ser similares; en la figura 4 se comparan los resultados obtenidos, en el campo de las aceleraciones, para la primera hipótesis pero con el tren ICE2.

### 1.3. Objetivos

En este contexto, se ha querido estudiar los fenómenos de interacción entre los vehículos y los puentes considerando su diversidad en tres aspectos:

- **Diversidad en los puentes:** A partir de un modelo básico de viga isostática caracterizada por su luz, rigidez a flexión y masa lineal, se estudiarán un número significativo de puentes variando luces y amortiguamientos.
- **Diversidad en los trenes:** Se estudiarán los fenómenos de interacción considerando trenes característicos de las familias de trenes regulares (Talgo de alta velocidad), trenes de bogies independientes (ICE2) y trenes de bogies compartidos (Eurostar).
- **Diversidad de velocidades de línea:** En función de la velocidad máxima de proyecto se puede acusar más o menos los efectos de sobre-

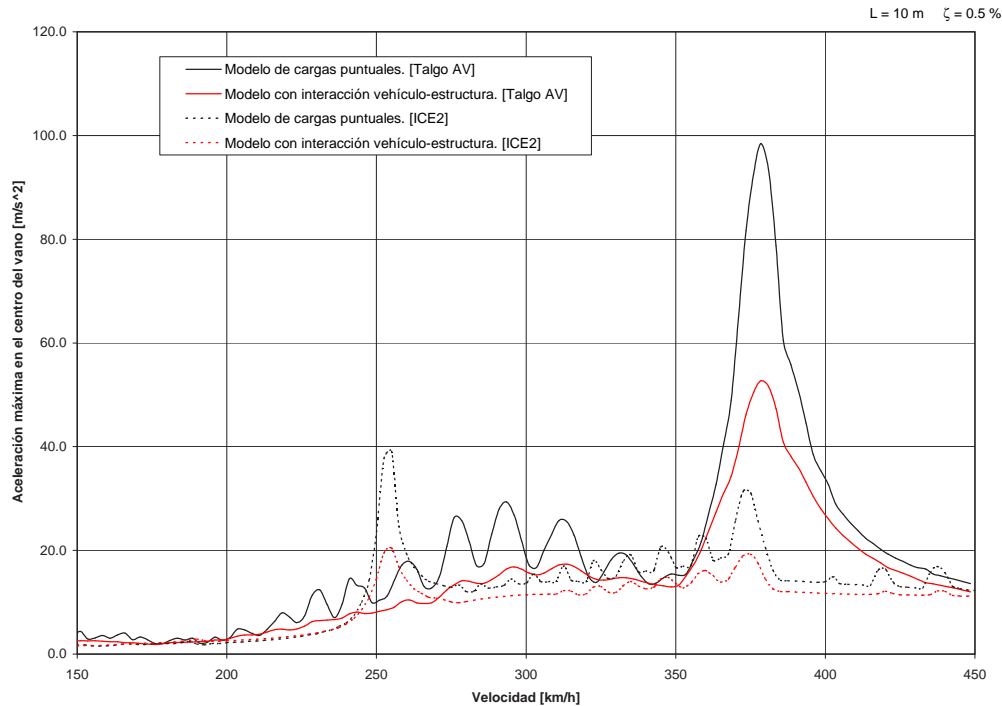


Figura 4: Aceleración máxima producida en el centro de vano en función de la velocidad de paso del tren Talgo de alta velocidad y del tren ICE2.  $L = 10\text{ m}$ ,  $\zeta = 0,5\%$ .

amortiguamiento en función de los fenómenos resonantes que se puedan producir para estas hipótesis.

Una vez realizado un estudio que cubra estos tres aspectos, interesa agrupar los resultados obtenidos para facilitar su comprensión y poder utilizar estos dentro del ámbito de la ingeniería.

Dentro de este artículo se propone, en orden a obtener los objetivos propuestos, un método de cálculo para modelos con interacción. Una justificación más detallada se puede consultar en (Domínguez Barbero, 2001).

## 1.4. Estructura del artículo

La comunicación se abre con un resumen de la investigación. Este primer apartado trata de introducir a las personas ajenas a este ámbito de investigación de manera general al ámbito del cálculo dinámico en puentes de ferrocarril y, en particular, a los efectos de la interacción vehículo-estructura. El segundo apartado se dedica a presentar de manera resumida los métodos de cálculo utilizados.

Seguidamente se aborda el alcance de los cálculos realizados y se presentan algunos de los resultados obtenidos en función de los trenes estudiados. Se concluye con un apartado dedicado a las conclusiones y recomendaciones.

## 2. Métodos de cálculo empleados

### 2.1. Modelo de cargas puntuales basado en síntesis modal

Este método se basa en la descomposición modal de la estructura y la combinación de respuestas modales producidas por las cargas móviles. Se simplifica el cálculo al modelizar el puente mediante vigas rectas.

Se trata de una metodología general que puede ser utilizada también en los programas de cálculo por elementos finitos. Aunque el desarrollo posterior se enmarca dentro de un contexto de resultados analíticos con formas modales analíticas continuas, es posible implementarlo dentro del ámbito de formas modales obtenidas con modelos discretos, como se expone en (Domínguez Barbero, 2001).

#### 2.1.1. Análisis modal de la viga de Bernouilli

La ecuación que rige el movimiento de una viga  $u(x, t)$  en la que sólo se considera la deformación a flexión y no la deformación a cortante — comúnmente denominada *viga de Bernouilli*— es la siguiente<sup>5,6</sup>:

$$\rho(x)\ddot{u} + c(x)\dot{u} + [EI(x)u'']'' = p(x, t) \quad (1)$$

Las cargas dinámicas excitan varios modos y frecuencias de vibración de la estructura, de forma simultánea. De esta manera, la respuesta dinámica puede caracterizarse como suma de todos los modos posibles.

En cada instante de tiempo  $t$  la deformada de la viga varía a lo largo de su longitud en función de  $x$ , distancia al origen de referencia. De manera análoga, en un punto concreto de la estructura, la magnitud de su desplazamiento vertical varía con el tiempo  $t$ .

La deformada de cada modo de vibración varía con la distancia  $x$  a lo largo de la viga como una función  $\phi_i(x)$  mientras que la magnitud de la oscilación del modo varía con el tiempo, como una función  $y_i(t)$ . La respuesta total en desplazamientos de la estructura, aplicando el principio de superposición, viene dada por la siguiente expresión:

$$u(x, t) = \sum_{i=1}^n y_i(t) \cdot \phi_i(x) \quad (2)$$

Sustituyendo la ecuación (2) en (1) se obtiene, considerando la ortogonalidad de las formas modales, la siguiente expresión:

---

<sup>5</sup>El desarrollo que justifica la obtención de la ecuación (1) queda recogido en numerosos títulos. Véase por ejemplo (Clough y Penzien, 1993) o (Geradin y Rixen, 1997)

<sup>6</sup>Para la obtención de esta ecuación se asume que en una *rebanada* de la viga —región delimitada por dos secciones perpendiculares a la directriz de la viga, separadas una de otra  $dx$ — se tiene amortiguamiento viscoso, de manera que existe una fuerza, opuesta al movimiento, proporcional a la longitud de la *rebanada* y a la velocidad del mismo. La constante de proporcionalidad es la variable de amortiguamiento  $c(x)$ .

$$\int_0^L \phi_i(x)p(x,t)dx = \rho\ddot{y}_i \int_0^L \phi_i^2(x)dx + c\dot{y}_i \int_0^L \phi_i^2(x)dx + y_i\omega_i^2 \int_0^L \rho\phi_i^2(x)dx \quad (3)$$

Para la obtención de esta ecuación se asume que tanto la rigidez  $EI$  como la masa lineal de la estructura  $\rho$  y el amortiguamiento  $c$ , son constantes a lo largo de la directriz de la viga.

Si se definen los siguientes parámetros modales:

- Masa generalizada asociada al modo  $i$ :

$$M_i = \int_0^L \rho \phi_i^2(x)dx \quad (4)$$

- Fuerza generalizada asociada al modo  $i$ :

$$F_i(t) = \int_0^L \phi_i(x)p(x,t)dx \quad (5)$$

y se introducen la ecuación (3) se obtiene la siguiente expresión, para cada modo de vibración:

$$F_i(t) = M_i\ddot{y}_i + M_i\frac{c}{\rho}\dot{y}_i + \omega_i^2 M_i y_i \quad (6)$$

Esta ecuación —cfr. (Clough y Penzien, 1993)— es análoga a la que determina las vibraciones forzadas de un oscilador armónico simple, con amortiguamiento  $c$  y frecuencia natural  $\omega_i$ . La relación que se establece entre el coeficiente de amortiguamiento  $c$  y la tasa de amortiguamiento  $\zeta$  es:

$$\frac{c}{\rho} = 2\zeta_i\omega_i \quad (7)$$

Así, se puede escribir la ecuación (6) en función de  $\zeta$ :

$$F_i(t) = M_i\ddot{y}_i + 2\zeta\omega_i M_i\dot{y}_i + \omega_i^2 M_i y_i \quad (8)$$

### 2.1.2. Respuesta bajo carga móvil aislada

Consideremos el caso de una carga puntual que recorre un puente a una velocidad  $v$  (ver figura 5).

Para este caso, la ecuación (6) se traduce en:

$$0 < t < L/v \quad M_i \frac{\partial^2 y_i(t)}{\partial t^2} + M_i \frac{c}{\rho} \frac{\partial y_i(t)}{\partial t} + \omega_i^2 M_i y_i(t) = F \phi_i(vt) \quad (9)$$

$$t > L/v \quad M_i \frac{\partial^2 y_i(t)}{\partial t^2} + M_i \frac{c}{\rho} \frac{\partial y_i(t)}{\partial t} + \omega_i^2 M_i y_i(t) = 0 \quad (10)$$



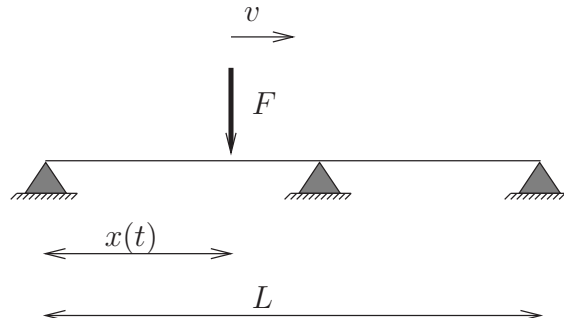


Figura 5: *Puente sometido a una carga móvil aislada.*

## 2.2. Modelo con interacción utilizado

### 2.2.1. Introducción

En este apartado se propone el modelo de cálculo utilizado para considerar la interacción entre el vehículo y la estructura. Este método se ha implementado en (Caldintav v.1.0, 2000), aplicación informática que ha servido de base para el desarrollo del trabajo de investigación expuesto en este informe. La propuesta incluye:

- Modelos de cálculo de cargas puntuales, sin interacción vehículo–estructura;
- Modelos de cálculo dinámico con interacción vehículo–estructura, en su versión simplificada de interacción con masas suspendidas y no suspendidas; Para valorar los efectos de interacción se recomienda este método en la propuesta de ficha 776-2 de la UIC (ERRI D214 (e), 1999);
- Aplicación a cualquier estructura que pueda ser asimilada a un modelo de vigas bidimensional: estructuras simplemente apoyadas, viaductos continuos, estructuras porticadas, marcos, etc.

La propuesta se desarrolla empleando lenguajes de programación interpretados —(OCTAVE v.2.0.16, 2000) ó (MATLAB v.5.3, 1999)— que facilitan el tratamiento de funciones discretas como si fueran continuas, mediante algoritmos de interpolación definidos por el usuario.

No se va a hacer referencia en este apartado al algoritmo de integración utilizado para modelos de cargas puntuales, que ha sido descrito en el apartado 2.1.

### 2.2.2. Planteamiento de las ecuaciones para carga móvil aislada

Para un total de  $n$  modos de vibración  $\phi_i(x)$ , se supone la siguiente descomposición de la respuesta total de la estructura en función de las amplitudes de los modos,  $q_i(t)$ :

$$w(x, t) = \sum_{i=1}^n q_i(t) \cdot \phi_i(x) \quad (11)$$

Suponemos un elemento de interacción simplificado (ver figura 6) de características:

- $m_a$ , Masa suspendida;
- $m_s$ , Masa no suspendida;
- $m$ , Masa total:  $m = m_s + m_a$ ;
- $y(t)$  es el desplazamiento absoluto de la masa suspendida, respecto a la posición de equilibrio inicial;
- $k, c$  son los valores de la rigidez y amortiguamiento del elemento;
- $v$ , Velocidad de tránsito por la estructura.

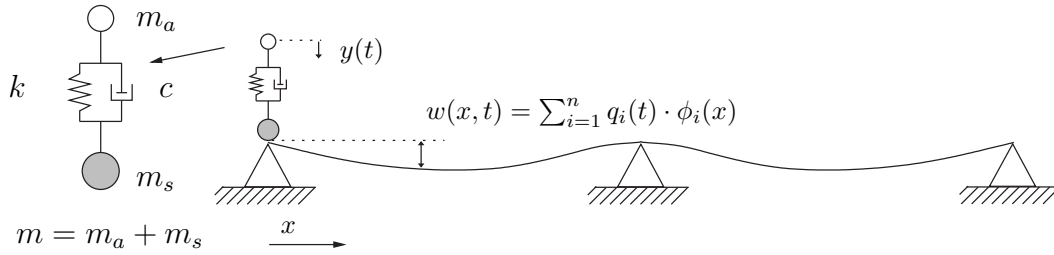


Figura 6: Tránsito de un elemento simplificado de interacción vehículo-estructura: definición geométrica de variables.

De esta manera se puede plantear, para cada modo de vibración  $i$ , la siguiente ecuación desacoplada, función de los parámetros del elemento de interacción:

$$M_i \ddot{q}_i + C_i \dot{q}_i + K_i q_i = \phi_i(vt) (g m + m_a \ddot{y}) \quad (12)$$

Donde:

$M_i$  Masa modal correspondiente al modo de vibración  $i$ ;

$K_i$  Rigidez modal correspondiente al modo de vibración  $i$ ;

$g$  Aceleración de la gravedad;

$\omega_i$  Frecuencia angular correspondiente al modo de vibración  $i$ ;

$\phi_i(x)$  Modo de vibración  $i$ ;

$C_i$  Coeficiente de amortiguamiento modal, relacionado con la tasa de amortiguamiento del modo  $\zeta_i$ , como  $C_i = 2\omega_i M_i \zeta_i$ .

Para el elemento de interacción simplificada, se plantea la siguiente ecuación:

$$m_a \ddot{y} + k [y - w(vt, t)] + c \left[ \dot{y} - \frac{d}{dt} w(vt, t) \right] = 0 \quad (13)$$

Si se desarrolla el último término de esta ecuación:

$$c \left[ \dot{y} - \frac{d}{dt} w(vt, t) \right] = c \left[ \dot{y} - \sum_{i=1}^n \dot{q}_i \phi_i(vt) - \sum_{i=1}^n q_i v \phi_i' \right] \quad (14)$$

siendo  $\phi'_i = d\phi/dx$ .

Además de suponer un comportamiento lineal del sistema, se acepta la hipótesis de que se mantiene el contacto entre la rueda y el carril en todo momento. Esta hipótesis —comúnmente utilizada en este tipo de cálculos— es aceptable siempre que las aceleraciones a las que se vea sometida la estructura sean suficientemente reducidas. Para asegurar que no existe este hipotético despegue bastaría comprobar que la fuerza que ejerce el elemento sobre el puente es, en todo momento, positiva según el criterio de signos adoptado en este desarrollo. Esta condición se traduce en la siguiente ecuación:

$$(g \cdot m + m_a \ddot{y}) \geq 0 \quad (15)$$

Los efectos dinámicos producidos por la falta de contacto entre las ruedas de un vehículo y el carril generan fenómenos de impacto inadmisibles en la explotación de una línea de ferrocarril, además del riesgo de descarrilamiento de la composición circulante.

En (ERRI D214 (d), 1999) se implementan modelos de cálculo más complejos —adecuados a la naturaleza del problema— y se valora la evolución de la carga por eje transmitida a la estructura y los fenómenos de impacto descritos con anterioridad.

### 2.2.3. Planteamiento de las ecuaciones para un tren de cargas

Sea un tren de  $k$  cargas, representadas cada una de ellas según un modelo simplificado de interacción vehículo estructura.

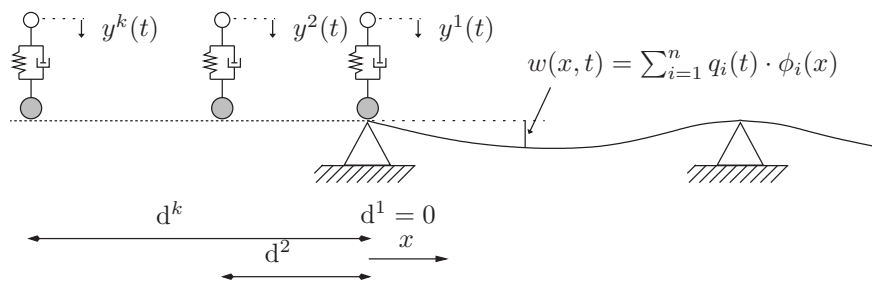


Figura 7: Tránsito de un tren de cargas según el modelo simplificado de interacción vehículo-estructura: definición geométrica de variables

En las figuras 7 y 8 se definen algunas de las variables geométricas que se van a utilizar en el desarrollo.

Al considerar en el cálculo un tren de cargas, se incrementa el número de ecuaciones diferenciales a resolver; en el caso de una carga aislada este se reducía al número de modos de vibración considerados  $n$  más la correspondiente al sistema mecánico del elemento simplificado de interacción, en total  $n + 1$ . Suponiendo un grupo de  $k$  cargas, tendremos que resolver un sistema de  $n + k$  ecuaciones diferenciales.

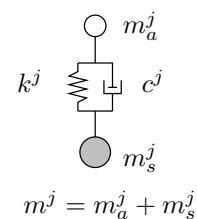


Figura 8: Elemento simplificado de interacción del tren de cargas

Las ecuaciones correspondientes a los modos de vibración del puente varían en el término de la carga modal, puesto que, para cada instante, se deberá calcular qué cargas se encuentran sobre la deformada y el valor de la amplitud correspondiente a la posición.

Para el caso general se plantean las siguientes ecuaciones:

- Para cada modo de vibración ( $i = 1 \dots n$ ):

$$M_i \ddot{q}_i + C_i \dot{q}_i + K_i q_i = \sum_{j=1}^k \langle \phi_i(d_{rel}^j) \rangle (g m^j + m_a^j \ddot{y}^j) \quad (16)$$

- Para cada elemento de interacción ( $j = 1 \dots k$ ):

$$m_a^j \ddot{y}^j + k^j [y^j - \sum_{i=1}^n q_i \langle \phi_i(d_{rel}^j) \rangle] + c^j \left[ \dot{y}^j - \sum_{i=1}^n \dot{q}_i \langle \phi_i(d_{rel}^j) \rangle - \sum_{i=1}^n q_i v \langle \phi_i'(d_{rel}^j) \rangle \right] = 0 \quad (17)$$

En las ecuaciones (16) y (17) se ha introducido la notación  $\langle \phi_i \rangle$ , definida de la siguiente manera:

$$\langle \phi_i(x) \rangle = \begin{cases} \phi_i(x), & \text{para } 0 < x < L \\ 0, & \text{para } 0 \geq x \geq L \end{cases} \quad (18)$$

Se denomina  $d_{rel}^j$  a la posición relativa del elemento  $j$  sobre el puente. Tomando el instante inicial  $t = 0$  cuando la cabeza de la composición está en la entrada al puente ( $x = 0$ ), resulta:

$$d_{rel}^j = vt - d^j \quad (19)$$

#### 2.2.4. Integración en el tiempo

Las ecuaciones diferenciales planteadas en este apartado para el estudio dinámico de puentes sometidos a un tren de carga móviles —ver ecuaciones (16) y (17)— son un sistema lineal de segundo orden. Por lo tanto, si se define el vector de incógnitas  $\mathbf{u}^T = (q_1, \dots, q_i, \dots, q_n, d^1, \dots, d^j, \dots, d^k)$ , se puede escribir este sistema de la siguiente manera:

$$\mathbf{M}^{(t)} \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}^{(t)} \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}^{(t)} \mathbf{u} = \mathbf{f}^{(t)} \quad (20)$$

Las matrices de coeficientes  $\mathbf{M}^{(t)}$ ,  $\mathbf{C}^{(t)}$  y  $\mathbf{K}^{(t)}$  son independientes de  $\mathbf{u}$  y sus derivadas, pero presentan dependencia temporal, debido a las cargas móviles, tal y como se verá en la aplicación práctica desarrollada más adelante. Conviene advertir que las matrices que resultan del modelo expuesto no son simétricas, al contrario de lo habitual en el cálculo de estructuras. Este hecho es decisivo a la hora de plantear el algoritmo de integración a utilizar.

Teniendo en cuenta la naturaleza de la ecuación (20) se propone la utilización de un método de integración de la familia  $\beta$ –Newmark en función del paso de integración  $h$ , y los parámetros  $\beta$  y  $\gamma$ :

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{u}}_{n+1} &= \dot{\mathbf{u}}_n + (1 - \gamma)h\ddot{\mathbf{u}}_n + \gamma h\ddot{\mathbf{u}}_{n+1} \\ \mathbf{u}_{n+1} &= \mathbf{u}_n + h\dot{\mathbf{u}}_n + \left(\frac{1}{2} - \beta\right)h^2\ddot{\mathbf{u}}_n + h^2\beta\ddot{\mathbf{u}}_{n+1} \end{aligned} \quad (21)$$

Según los distintos parámetros ( $\beta$  y  $\gamma$ ) se obtienen los diversos «miembros» de la familia  $\beta$ -Newmark. Se adopta aquí  $\beta = 1/4$  y  $\gamma = 1/2$ , que se traduce en tomar la aceleración constante en un intervalo e igual a  $\ddot{\mathbf{u}}(\tau) = \frac{\ddot{\mathbf{u}}_{n+1} + \ddot{\mathbf{u}}_n}{2}$ .

Considerando el esquema de integración propuesto en (21), resolviendo en 20 llegamos a la siguiente ecuación matricial:

$$\left[ \mathbf{M}^{n+1} + \frac{h}{2} \mathbf{C}^{n+1} + \frac{h^2}{4} \mathbf{K}^{n+1} \right] \ddot{\mathbf{u}}_{n+1} = \mathbf{f}^{n+1} - \mathbf{C}^{n+1} \left[ \dot{\mathbf{u}}_n + \frac{h}{2} \ddot{\mathbf{u}}_n \right] - \mathbf{K}^{n+1} \left[ \mathbf{u}_n + h \dot{\mathbf{u}}_n + \frac{h^2}{4} \ddot{\mathbf{u}}_n \right] \quad (22)$$

Una vez resuelta para  $\ddot{\mathbf{u}}_{n+1}$ , mediante las ecuaciones (21) se calculan los valores de  $\dot{\mathbf{u}}_{n+1}$  y  $\mathbf{u}_{n+1}$ .

### 3. Estudio comparativo

#### 3.1. Alcance del estudio

De acuerdo a las tipologías propuestas en el catálogo de puentes isostáticos del comité ERRI D214 —cfr. (ERRI D214 (a), 1998)— se han estudiado luces  $L = 5, 10, 15, 20, 25, 30$  y  $40$  metros. En el cuadro 1 se recogen las características mecánicas de los viaductos isostáticos estudiados.

| Luz [m] | Masa [t/m] | Frecuencia [Hz] | EI [kNm <sup>2</sup> ] | Flecha estática UIC |
|---------|------------|-----------------|------------------------|---------------------|
| 5,0     | 7          | 16              | 453919                 | 2,90                |
| 7,5     | 9          | 12              | 1661921                | 3,89                |
| 10,0    | 10         | 8               | 2593823                | 7,33                |
| 12,5    | 13         | 7               | 6302893                | 6,86                |
| 15,0    | 15         | 5               | 7694081                | 11,00               |
| 17,5    | 18         | 5               | 17105080               | 8,73                |
| 20,0    | 20         | 4               | 20750590               | 11,79               |
| 25,0    | 20         | 4               | 50660592               | 11,09               |
| 30,0    | 25         | 3               | 73863180               | 15,07               |
| 40,0    | 30         | 3               | 280132900              | 11,81               |

Cuadro 1: *Características geométricas y mecánicas de los puentes del comité ERRI D214*

En la tabla 2 se resumen el resto de parámetros que se han utilizado en el estudio comparativo.

Para tener en cuenta los posibles efectos resonantes, para cada tren y puente concreto, se ha determinado la velocidad de resonancia principal  $v_{res}$  y, a partir de ésta, se ha fijado la velocidad inicial  $v_0$  —próxima a los 150 km/h— de manera que exista  $n$  tal que cumpla de manera exacta la relación  $v_{res} = v_0 + n \cdot \Delta v$ .

Los resultados obtenidos se han agrupado en función de distintas velocidades de línea.

|                               |   |
|-------------------------------|---|
| <b>Modelos de cálculo</b>     | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Cálculo con cargas puntuales: método expuesto en 2.1.</li> <li>• Cálculo con interacción vehículo-estructura: método expuesto en 2.2.</li> </ul> [Al tratarse de modelos de vigas isostáticas, se ha considerado la contribución única del primer modo de vibración] |
| <b>Trenes de carga</b>        | ICE2, EUROSTAR y Talgo AV, detallados en (IAPF 2001, 2001)  |
| <b>Barrido de velocidades</b> | discretización uniforme en velocidades en el rango $v \in (150, 450)$ km/h con un incremento $\Delta v = 2,5$ km/h  |
| <b>Amortiguamiento</b>        | $\zeta = 0,5\%$ , $\zeta = 1\%$ , $\zeta = 2\%$ y $\zeta = 4\%$ .   |
| <b>Casos estudiados</b>       | 20300 hipótesis de cálculo diferentes.  |

Cuadro 2: *Parámetros del estudio comparativo.*

### 3.2. Criterios de comparación

Para comparar los resultados, se estudiará la relación entre la respuesta obtenida con el modelo de cargas puntuales  $R_{cp}$  y la proporcionada con el modelo de interacción  $R_{inter}$ , en términos de  $C$ , variable definida como el tanto por ciento de reducción del modelo de interacción sobre el de cargas puntuales:

$$C[\%] = \left( \frac{R_{inter}}{R_{cp}} - 1 \right) \cdot 100$$

Este último punto cobra una especial importancia en el ámbito de proyecto puesto que, en ocasiones, el que un puente concreto no satisfaga las especificaciones de proyecto no se soluciona utilizando métodos más afinadas, sino cambiando la tipología estructural.

Por esta razón, en los resultados obtenidos se proporcionará información sobre este hecho, de manera que el proyectista pueda obtener, a la vez, información sobre la reducción de la respuesta obtenida con los modelos con interacción y si con esta reducción se cumplen las limitaciones existentes. La discretización en luces, trenes y tasas de amortiguamiento es lo suficientemente amplia como para poder servir de referencia en los cálculos.

### 3.3. Resultados en función de las composiciones circulares

En los cuadros siguientes se recogen —como muestra del estudio realizado— las variables de comparación  $C$  obtenidas para determinadas hipótesis de cálculo de los trenes Talgo AV, Eurostar e ICE2.

**375**

| L [m] | $\zeta=0.5\%$ |      | $\zeta=1\%$ |      | $\zeta=2\%$ |      | $\zeta=4\%$ |      |
|-------|---------------|------|-------------|------|-------------|------|-------------|------|
|       | desp          | acel | desp        | acel | desp        | acel | desp        | acel |
| 5     | -30%          | -35% | -20%        | -25% | -15%        | -20% | -5%         | -10% |
| 10    | -45%          | -45% | -40%        | -40% | -25%        | -30% | -20%        | -20% |
| 15    | -40%          | -45% | -30%        | -35% | -20%        | -20% | -10%        | -15% |
| 20    | -20%          | -35% | -15%        | -30% | -10%        | -20% | -5%         | -15% |
| 25    | -25%          | -35% | -15%        | -25% | -5%         | -15% | -5%         | -10% |
| 30    | -10%          | -20% | -5%         | -15% | -5%         | -10% | 0%          | -5%  |
| 40    | -5%           | -15% | 0%          | -10% | 0%          | -10% | 0%          | 0%   |

Cuadro 3: Reducción de la respuesta dinámica, en términos de la variable de comparación  $C$ , entre los modelos de interacción simplificada y de cargas puntuales: Tren Talgo de alta velocidad. Velocidad máxima de línea  $V_0 = 375$  km/h.

**270**

| L [m] | $\zeta=0.5\%$ |      | $\zeta=1\%$ |      | $\zeta=2\%$ |      | $\zeta=4\%$ |      |
|-------|---------------|------|-------------|------|-------------|------|-------------|------|
|       | desp          | acel | desp        | acel | desp        | acel | desp        | acel |
| 5     | -30%          | -35% | -20%        | -25% | -15%        | -20% | -5%         | -10% |
| 10    | -30%          | -35% | -25%        | -25% | -15%        | -15% | -5%         | -10% |
| 15    | -25%          | -50% | -20%        | -40% | -10%        | -25% | -5%         | -15% |
| 20    | -30%          | -30% | -25%        | -25% | -20%        | -20% | -10%        | -15% |
| 25    | -30%          | -35% | -25%        | -25% | -15%        | -15% | -5%         | -10% |
| 30    | -10%          | -20% | -5%         | -15% | -5%         | -10% | 0%          | -5%  |
| 40    | -10%          | -10% | -5%         | -10% | -5%         | -5%  | 0%          | -5%  |

Cuadro 4: Reducción de la respuesta dinámica, en términos de la variable de comparación  $C$ , entre los modelos de interacción simplificada y de cargas puntuales: Tren Eurostar. Velocidad máxima de línea  $V_0 = 270$  km/h.

**250**

| L [m] | $\zeta=0.5\%$ |      | $\zeta=1\%$ |      | $\zeta=2\%$ |      | $\zeta=4\%$ |      |
|-------|---------------|------|-------------|------|-------------|------|-------------|------|
|       | desp          | acel | desp        | acel | desp        | acel | desp        | acel |
| 5     | -25%          | -35% | -15%        | -25% | -10%        | -25% | -5%         | -15% |
| 10    | -40%          | -45% | -30%        | -35% | -20%        | -25% | -10%        | -20% |
| 15    | -30%          | -55% | -20%        | -45% | -10%        | -30% | -5%         | -20% |
| 20    | -10%          | -20% | -5%         | -15% | 0%          | -10% | 0%          | -5%  |
| 25    | -10%          | -35% | -5%         | -25% | 0%          | -10% | 0%          | -5%  |
| 30    | -15%          | -15% | -15%        | -15% | -10%        | -15% | 0%          | -10% |
| 40    | 0%            | -10% | 0%          | -10% | 0%          | -5%  | 0%          | 0%   |

Cuadro 5: Reducción de la respuesta dinámica, en términos de la variable de comparación  $C$ , entre los modelos de interacción simplificada y de cargas puntuales: Tren ICE2. Velocidad máxima de línea  $V_0 = 250$  km/h.

## 4. Comentarios a los resultados

De manera general se pueden efectuar los siguientes comentarios a los resultados obtenidos:

- Los modelos de cargas puntuales sobrevaloran, en términos generales, la respuesta en aceleraciones y aceleraciones de una estructura;
- En términos comparativos, los modelos de interacción pueden reducir los valores de la aceleración máxima hasta en un 45 %;
- La reducción de la respuesta dinámica en términos de la variable de comparación  $C$ , para una misma hipótesis luz-amortiguamiento, es mayor en el campo de aceleraciones que en el de desplazamientos;
- La reducción de la respuesta dinámica en términos de la variable de comparación  $C$ , para una misma hipótesis luz-amortiguamiento, es mayor a medida que aumenta la velocidad de proyecto de la línea;
- Para un mismo puente la reducción de la respuesta disminuye según aumenta la tasa de amortiguamiento.
- Los efectos de interacción son más acusados en puentes cortos. Se puede comprobar en los cuadros que, para una misma tasa de amortiguamiento, se reduce el valor de la variable de comparación  $C$  según aumenta la longitud del puente.

## 5. Agradecimientos

- A la Dirección de Vía de RENFE, por financiar esta investigación sobre la importancia de la interacción vehículo–estructura.
- A la Dirección General de Investigación de la Consejería de Educación y Cultura de la Comunidad de Madrid por la Beca de Formación de Personal Investigador que ha venido disfrutando desde 1998, uno de los autores de esta ponencia ;

## Referencias

- Caldintav v.1.0. *Caldintav, Cálculo Dinámico para trenes de Alta Velocidad*. Grupo de Mecánica Computacional, 2000.
- Clough, R.W. y Penzien, J. *Dynamics of Structures*. Mac Graw-Hill, 1993.
- Domínguez, J., Duyos, R., y Goicolea, J.M. Informe a la Comisión Redactora IAPF sobre puentes hiperestáticos. Informe técnico, Comisión redactora de la IAPF 2000, 1998.
- Domínguez Barbero, Jaime. *Dinámica de puentes de ferrocarril para alta velocidad: métodos de cálculo y estudio de la resonancia*. Tesis Doctoral, Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos Canales y Puertos de Madrid (UPM), 2001.



- ERRI D214 (a). Design of Railway Bridges for Speed up to 350 km/h; Dynamic loading effects including resonance; Final report. Draft c. Informe técnico, European Rail Research Institute, 1998. Comité D214 sobre puentes de ferrocarril para velocidades superiores a 200 km/h.
- ERRI D214 (d). Ponts-rails pour vitesses  $> 200$  km/h; Etude numérique de l'influence des irrégularités de voie dans les cas de résonance des ponts. Informe técnico, European Rail Research Institute, 1999. Comité D214 sobre puentes de ferrocarril para velocidades superiores a 200 km/h.
- ERRI D214 (e). Ponts-rails pour vitesses  $> 200$  km/h; Final report. Part b. Proposition de fiche UIC 776-2R. Informe técnico, European Rail Research Institute, 1999. Comité D214 sobre puentes de ferrocarril para velocidades superiores a 200 km/h.
- Fryba, L. *Dynamics of railway bridges*. Thomas Telford, 1996.
- Geradin, M. y Rixen, D. *Mechanical vibrations : theory and application to structural dynamics*. John Wiley & Sons, 1997.
- IAPF 2001. *Instrucción de acciones a considerar en el proyecto de puentes de ferrocarril*. Ministerio de Fomento, 2001. Pendiente de publicación.
- MATLAB v.5.3. *MATLAB, The language of Technical Computing; User Guide*. The MathWorks, Inc., 1999.
- OCTAVE v.2.0.16. *OCTAVE, A high-level interactive language for numerical computations*. John W. Eaton, 2000.
- UIC Code 776 - 1 R. *Charges a prendre en consideration dans le calcul des ponts-rails*. Union Internationale des Chemins de Fer (UIC), 1979.
- UNE-ENV 1991-3. *Eurocódigo 1: Bases de proyecto y acciones en estructuras; Parte 3: Acciones del tráfico en puentes*. Comité Europeo de Normalización, 1998. Publicado por Aenor.