

Mecánica

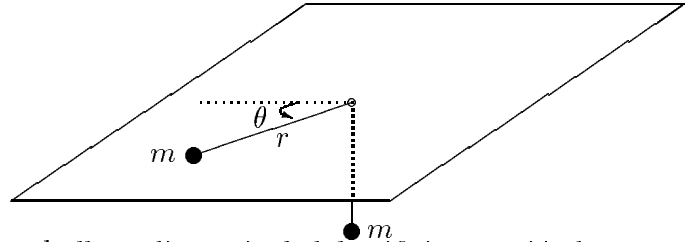
1^{er} EXAMEN PARCIAL (9 de febrero de 1996)

Apellidos	Nombre	N ^o	Grupo

Ejercicio 2^o

Tiempo: 45 min.

Dos partículas de masa m cada una están unidas mediante un hilo inextensible, de forma que una de ellas desliza sobre una mesa horizontal lisa y la otra cuelga del hilo que pasa a través de un pequeño orificio practicado en la mesa.



Inicialmente la partícula sobre la mesa se halla a distancia b del orificio, moviéndose con velocidad v_0 normal al hilo, mientras que la otra está en reposo en la vertical del hilo. Se pide:

- ecuación diferencial del movimiento en función de la distancia r de la partícula superior al orificio;
- tensión del hilo en función de r ;
- valor que habría de tomar v_0 para que la masa inferior permanezca inmóvil.

1.- Llamaremos θ al ángulo girado por el hilo sobre la mesa, y T a la tensión del mismo ($T > 0$: tracción). Escribimos en primer lugar las ecuaciones dinámicas para cada partícula:

$$-T = m(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2); \quad T - mg = m\ddot{r} \quad (1)$$

Eliminando T entre éstas:

$$2m\ddot{r} + mg = mr\dot{\theta}^2 \quad (2)$$

Por otra parte, se conserva el momento cinético de la partícula superior respecto del orificio, al ser la tensión una fuerza central. Igualando al valor inicial del mismo,

$$r^2\dot{\theta} = v_0b.$$

Eliminando mediante esta expresión $\dot{\theta}$ en la ecuación (2), resulta finalmente

$$\boxed{2m\ddot{r} + mg = m\frac{v_0^2b^2}{r^3}} \quad (3)$$

2.- Eliminando \ddot{r} a partir de (3) en (1) se obtiene

$$\boxed{T = \frac{1}{2}m\left(g + \frac{v_0^2b^2}{r^3}\right)}$$

3.- Inicialmente es $\dot{r} = 0$; para que la partícula inferior permanezca inmóvil debe ser $\ddot{r} = 0$, con lo cual la superior describirá una trayectoria circular alrededor del orificio con $r = b$. Entrando con estos valores en (3) se obtiene

$$\boxed{v_0 = \sqrt{gb}}$$