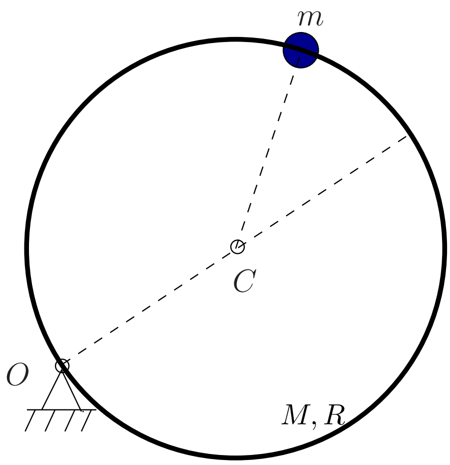
MECÁNICA

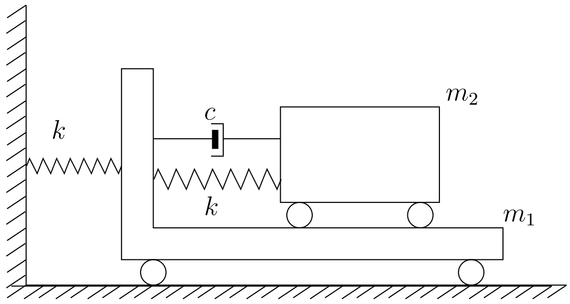
10. Una partícula de masa m está ligada a un aro circular liso de radio R y masa M sobre la que puede deslizar libremente. A su vez el aro se mueve en un plano vertical, girando libremente alrededor de un punto fijo O de su perímetro. Se pide:



1. Definir los grados de libertad del sistema escogiendo unas coordenadas adecuadas.
2. Obtener la Lagrangiana y las ecuaciones de Lagrange
3. Discutir la existencia de integrales primeras y obtenerlas en su caso
4. Se considera ahora que la velocidad de rotación del aro alrededor de O es un valor constante impuesto ω. Volver a expresar los grados de libertad, ecuaciones de Lagrange e integrales primeras.

---

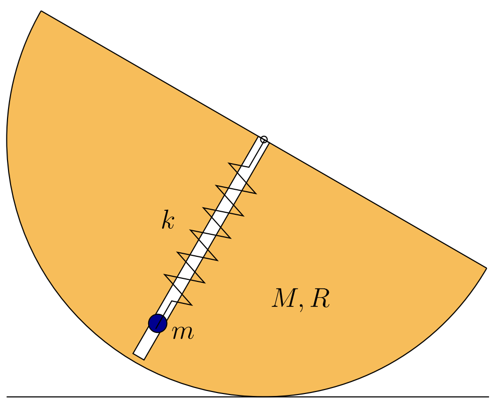
11. El carretón de la figura, de masa m_2 desliza horizontalmente sobre el carretón de masa m_1, que a su vez desliza sobre una recta horizontal fija (ver figura). Entre los dos carretones, y entre el inferior y una pared fija, hay sendos resortes iguales de constante k. Asimismo, entre los dos carretones hay un amortiguador viscoso de constante c. Se considera que el movimiento es únicamente en dirección horizontal y que no existe rozamiento entre ninguna de las superficies. Se pide:



1. Definir los grados de libertad del sistema escogiendo unas coordenadas adecuadas.
2. Obtener las fuerzas generalizadas debidas al amortiguador viscoso.
3. Obtener la Lagrangiana y las ecuaciones de Lagrange.
4. Discutir la existencia de integrales primeras y obtenerlas en su caso

---

12. Se considera un semidisco de masa M y radio R que está apoyado sobre una recta horizontal lisa, estando en todo momento en un plano vertical fijo (el semidisco puede rodar y deslizar libremente). En el semidisco hay una ranura lisa siguiendo el radio en la mitad del mismo, que contiene una partícula de masa m unida por un resorte lineal al centro del semidisco, siendo la constante k y la longitud natural $R/2$. Este resorte tiene además un amortiguamiento viscoso lineal de constante c. Se pide:



1. Definir unas coordenadas generalizadas libres para el sistema. Obtener las fuerzas generalizadas asociadas.
2. Obtener las expresiones de la energía cinética, potencial de las fuerzas conservativas y función Lagrangiana.
3. Discutir la existencia de integrales primeras y en su caso obtenerlas.
4. Obtener las ecuaciones de Lagrange para las coordenadas no cíclicas.
