Práctica n.º 6 curso 2014-2015

MECÁNICA

16. Se considera una balanza formada por un platillo de masa m sobre un resorte elástico. En el platillo está colocada una masa $M = 8m$, y en esta configuración (es decir, con $m + M$) se conoce que la frecuencia natural sin amortiguamiento es 1 Hz y que el sistema tiene un amortiguamiento viscoso 5 % del crítico. Estando inicialmente el sistema en equilibrio, se retira de forma instantánea la masa M con lo cual la balanza se pone en movimiento. Se pide:

1. Expresar la ecuación diferencial del movimiento y las condiciones iniciales del mismo, obteniendo los parámetros de dicha ecuación en función de los datos del problema.

2. Resolver la ecuación anterior obteniendo de forma explícita el movimiento de la balanza en función del tiempo. Estudiar la respuesta para $t \to \infty$.

3. Suponiendo que el amortiguamiento sea despreciable, obtener el máximo desplazamiento de la balanza con relación a la posición de equilibrio inicial.

(Examen Parcial ICCP,curso 2010/2011)

⋆

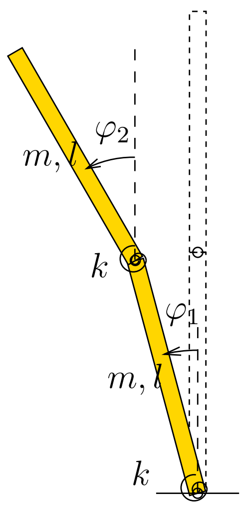
17. Se considera un oscilador lineal con masa m y frecuencia (angular) natural sin amortiguamiento ω_0. Sobre este oscilador actúa una fuerza que se aplica gradualmente según una rampa lineal en el tiempo, con valor nulo en el instante inicial ($t = 0$) y p_0 en el instante final ($t = t_0$). En el instante inicial el sistema parte del reposo. Se pide:

1. Expresar la ecuación diferencial de la dinámica en función de las constantes citadas, y sabiendo que vale $\omega_0 = 3\pi/t_0$, obtener la solución del movimiento $x(t)$ entre $t = 0$ y t_0, calculando la posición y velocidad del oscilador en el instante t_0.

2. A partir de t_0 se activa en el sistema un amortiguamiento $\zeta = 5\,\%$ (tasa de amortiguamiento respecto al crítico), mientras que la carga se mantiene constante en el valor p_0 alcanzado. Expresar la nueva ecuación diferencial de la dinámica en esta segunda fase ($t > t_0$) y obtener la solución del movimiento.

⋆

18. El modelo estructural de una torre esbelta se puede representar de forma simplificada mediante dos barras rígidas iguales y homogéneas con masa m y longitud l, articuladas entre sí y en el apoyo en la base, existiendo una rigidez concentrada a la rotación en cada una de las uniones de valor $k = 3mgl$ (resorte rotacional de respuesta lineal en cada articulación). Se pide:



1. Calcular las expresiones de energía cinética, potencial y función lagrangiana del sistema.

2. Obtener las ecuaciones diferenciales de la dinámica en el caso más general

3. Comprobar que la posición vertical es de equilibrio estable y obtener las ecuaciones linealizadas para pequeñas oscilaciones alrededor de la misma, expresando las matrices de masa y rigidez

4. Obtener las frecuencias propias y modos normales de vibración. Para la normalización de los vectores de los modos se tomará la primera componente de cada uno de ellos igual a la unidad.

(Problema puntuable, curso 2011/2012)

⋆