

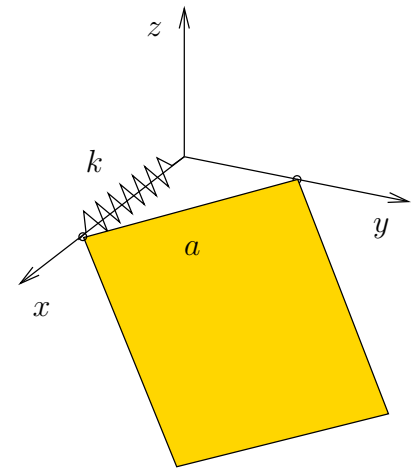
MECÁNICA

28. Sea un sólido rígido \mathcal{B} con un punto fijo O y un triedro cartesiano $Oxyz$ fijo. Se producen dos rotaciones consecutivas de \mathcal{B} , la primera un ángulo α alrededor del eje Oy , y la segunda un ángulo β alrededor del nuevo eje Oz' (resultado del primer giro sobre el eje Oy). Se pide:

1. Obtener la expresión matricial que relaciona las coordenadas de un punto en la configuración final, $(x, y, z)^T$, con las coordenadas iniciales del mismo punto, $(x^\circ, y^\circ, z^\circ)^T$.
2. Emplear esta expresión para deducir la relación entre las componentes del tensor de inercia en la base $Oxyz$ entre ambas configuraciones.
3. Para el caso en que $\alpha = \pi/2$ y $\beta = -\pi/2$, calcular el eje \mathbf{p} alrededor del cual se puede considerar que ha girado el sólido al moverse desde la configuración inicial a la final, calculando también la magnitud de este giro (ϕ).

★

29. El sistema mecánico de la figura está formado por una placa cuadrada pesada de masa m y lado a , y un muelle de constante k y longitud natural nula que une el origen del sistema de referencia y uno de los vértices de la placa. Dos vértices contiguos de la placa pueden deslizar libremente sobre los ejes lisos x e y . Se pide:

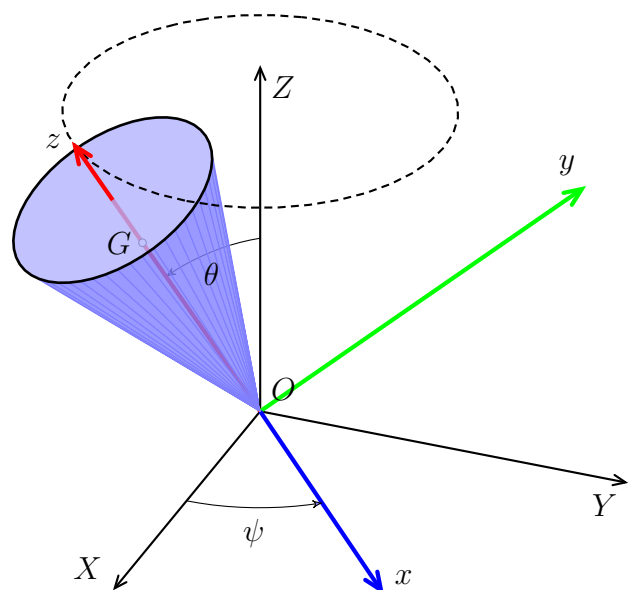


1. Número de grados de libertad y coordenadas generalizadas.
2. Integrales primeras
3. Ecuaciones del movimiento.

(Examen final, 24/06/2010)

★

30. Se considera un cono de revolución macizo y homogéneo con masa m , radio r y altura h . Se encuentra sometido a su propio peso, mientras el vértice O se mantiene fijo.



1. Tensor de inercia en O .
NOTA: Los momentos principales de inercia en G son $I_{zz} = \frac{3}{10}mr^2$ e $I_{xx} = \frac{3}{80}m(h^2 + 4r^2)$.
2. Ecuaciones de la dinámica de Euler empleando el triedro intermedio (representado en la figura por $Oxyz$), expresadas en función de los ángulos de Euler y sus derivadas.
3. Función Lagrangiana, coordenadas cíclicas y ecuaciones de Lagrange que correspondan a las coordenadas que no sean cíclicas.
4. Se desea obtener una trayectoria del eje del cono con nutación constante $\theta = 30^\circ$ y velocidad de precesión $\dot{\psi} = \omega_1$. Calcular la velocidad de rotación ω_2 que es necesario imprimir al cono alrededor de su eje de revolución para obtener este movimiento.

(Problema puntuable A5, 21/05/2013)

★