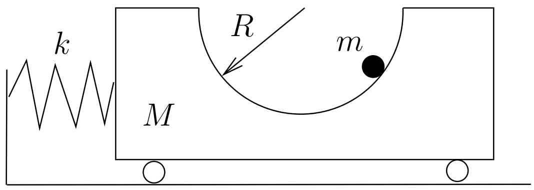
Mecánica - ICT

PRÁCTICA PUNTUABLE B1 y C1 (17 de febrero de 2014)

Apellidos *Nombre* *N^o* *Grupo*

Un bloque de masa M se desplaza horizontalmente sobre un plano liso y se encuentra unido mediante un muelle de constante k a un punto fijo. En el interior del bloque se mueve una partícula de masa m en una semicircunferencia de radio R, tal y como se aprecia en la figura.

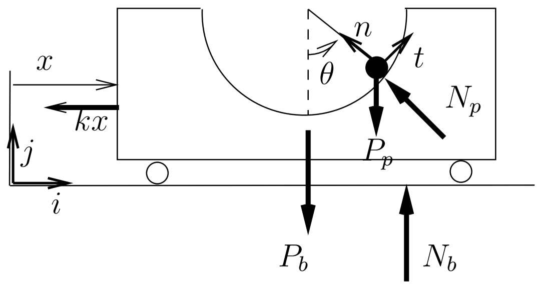


Se pide:

1. Determinar el número de grados de libertad del sistema.
2. Expresar las ecuaciones diferenciales del movimiento en función de las fuerzas activas y de los grados de libertad y sus derivadas.
3. Discutir la existencia de integrales primeras y, en caso de existir, expresarlas.
4. Calcular las reacciones, la que ejerce el plano sobre el bloque y la que ejerce el bloque sobre la partícula.

---

1. El sistema posee dos grados de libertad (x, θ) que fijan, respectivamente la posición del bloque respecto a un sistema inercial y de la partícula con respecto al radio vertical de la semicircunferencia.



2. Las únicas fuerzas activas actuantes son el peso del bloque y de la masa puntual y la fuerza del muelle. Las ecuaciones diferenciales corresponden a la ecuación de la cantidad de movimiento en dirección horizontal del sistema y la de la partícula en dirección tangencial.

Las aceleraciones del bloque y la partícula expresadas en función de los grados de libertad son, respectivamente:

$$\boldsymbol{a}_b = \ddot{x}\boldsymbol{i},$$
$$\boldsymbol{a}_p = \ddot{x}\boldsymbol{i} + R\ddot{\theta}\boldsymbol{t} + R\dot{\theta}^2\boldsymbol{n}.$$

Las ecuaciones diferenciales del movimiento resultan:

$$-kx = M\boldsymbol{a}_b \cdot \boldsymbol{i} + m\boldsymbol{a}_p \cdot \boldsymbol{i} = (M+m)\ddot{x} + m(R\ddot{\theta}\cos\theta - R\dot{\theta}^2 \operatorname{sen}\theta), \quad (1)$$
$$-mg \operatorname{sen}\theta = m\boldsymbol{a}_p \cdot \boldsymbol{t} = m(R\ddot{\theta} + \ddot{x}\cos\theta). \quad (2)$$

3. Todas las fuerzas activas derivan de potencial, por lo que se conserva la energía, resultando la única integral primera:

$$E = T + V = \frac{1}{2}(M+m)\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m(R^2\dot{\theta}^2 + 2R\dot{x}\dot{\theta}\cos\theta) + \frac{1}{2}kx^2 - mgR\cos\theta. \quad (3)$$

4. Las reacciones que ejerce el plano sobre el bloque y el bloque sobre la partícula, resultan finalmente:

$$N_b = m(R\ddot{\theta}\,\mathrm{sen}\,\theta + R\dot{\theta}^2\cos\theta) + (M+m)g \tag{4}$$

$$N_p = m(R\dot{\theta}^2 - \ddot{x}\,\mathrm{sen}\,\theta) + mg\cos\theta \tag{5}$$