

Mecánica

EXAMEN PARCIAL (26 de noviembre del 2005)

Apellidos

Nombre

N.º

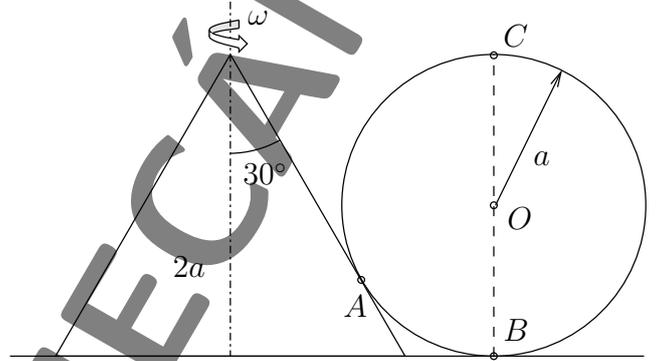
Grupo

--	--	--

Ejercicio 2.º (puntuación: 10/30)

Tiempo: 60 min.

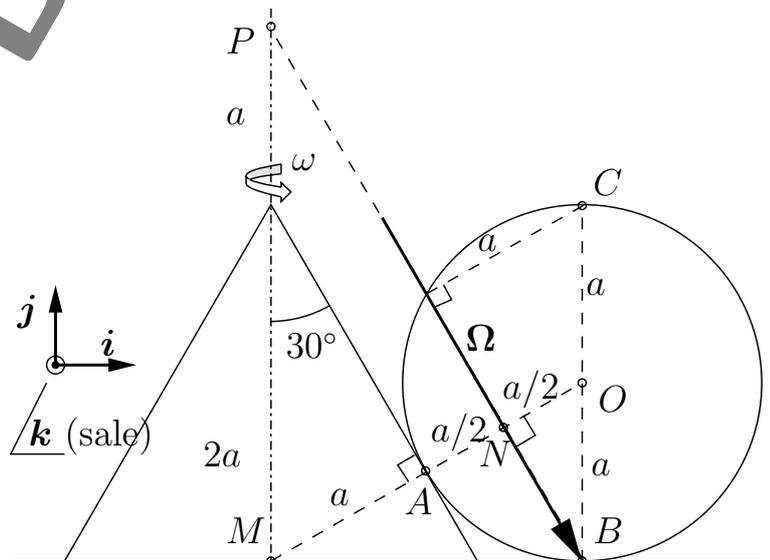
Un cono recto de eje vertical y semiángulo 30° gira con velocidad angular ω constante alrededor de su eje. Una esfera de radio a se mantiene en contacto con el cono y con un plano horizontal fijo situado a una altura $2a$ por debajo del vértice del cono. No hay deslizamiento en ninguno de los dos contactos de la esfera con cono y plano. Se sabe que la velocidad del centro de la esfera O es en todo momento igual y de sentido opuesto a la velocidad del punto A del cono en contacto con la esfera.



Se pide:

1. Velocidad de rotación de la esfera, identificando sus componentes de rodadura y pivota-miento sobre el plano. Discutir el tipo de movimiento instantáneo, en concreto si se trata o no de una rotación pura.
2. Velocidad y aceleración del punto C de la esfera que en cada instante está situado en la posición más alta de la misma.

1.— En primer lugar justificaremos la definición geométrica de la figura, lo que nos servirá para los cálculos del movimiento. La normal OA al plano tangente común forma 30° con la horizontal. Su prolongación corta a la base en un punto M que en principio no tendría por qué coincidir con el centro de la misma, aunque en este caso sí lo hace como veremos. En efecto, $(\overline{MA} + \overline{AO}) \sin 30^\circ = \overline{OB} = a$, por lo que $\overline{MA} = a$. Al valer la altura del cono $2a$, la distancia del centro de la base a la generatriz vale también a , por lo que M estará situado en dicho centro como queríamos probar.



La distancia del punto A al eje del cono es $a(\sqrt{3}/2)$, por lo que la velocidad de dicho punto del cono será $\mathbf{v}_A = -\omega a(\sqrt{3}/2)\mathbf{k}$, y la del centro de la esfera $\mathbf{v}_O = -\mathbf{v}_A = \omega a(\sqrt{3}/2)\mathbf{k}$. La velocidad del punto A de la esfera coincide con la del cono, mientras que la del punto B es nula, luego el movimiento instantáneo de la esfera es una rotación cuyo eje Ω pasa por B . Este eje debe equidistar de los puntos O y A para que la velocidad de ambos sea la misma, por lo cual pasa por su punto medio, siendo además en este caso perpendicular. Por tanto Ω forma 30° con la vertical OB y está dirigido hacia B según se muestra en la figura, siendo su módulo $\Omega = v_O/(a/2) = \omega\sqrt{3}$.

