

# Mecánica

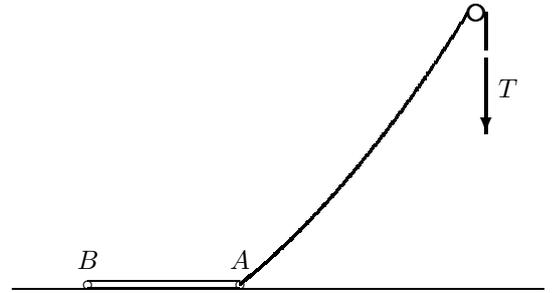
EXAMEN FINAL EXTRAORDINARIO (9 de febrero del 2007)

Apellidos	Nombre	N.º	Grupo

Ejercicio 5.º (puntuación: 10/45)

Tiempo: 60 min.

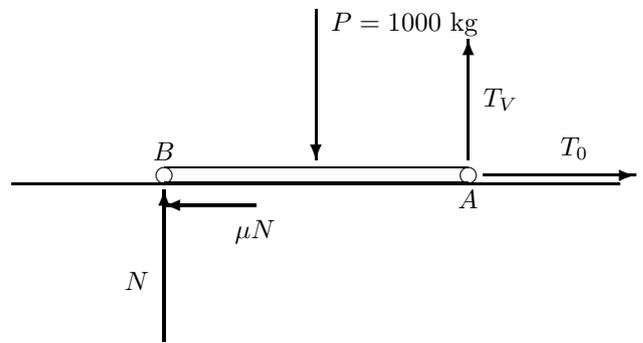
Desde una polea de radio pequeño situada a 20 m sobre el nivel del suelo se tira, mediante un cable flexible de peso 10 kg/m, de un extremo de una barra rígida  $AB$  de 1000 kg de peso. La barra está en posición horizontal apoyada sobre el suelo, sobre el que puede deslizarse con coeficiente de rozamiento 0,2. Al tirar del cable la barra desliza muy lentamente, acercándose a la polea. Llega un momento en que el extremo  $A$  de la barra unido al cable está a punto de levantarse. Para ese instante se pide:



1. componentes horizontal y vertical de la fuerza que el cable ejerce sobre la barra;
2. configuración de equilibrio del cable, obteniendo la distancia horizontal entre el extremo  $A$  de la barra y la polea;
3. tensión  $T$  que es necesario aplicar al cable desde la polea.

★

1.— Se plantea en primer lugar el equilibrio de la barra  $AB$ . En la figura adjunta se dibuja el diagrama de cuerpo rígido, incluyendo el peso  $P$ , la tensión ejercida por el cable ( $T_0, T_V$ ) y la reacción del suelo, cuya componente normal es  $N$  y la tangencial  $\mu N$  ya que está deslizando. Al estar a punto de levantarse, en esta situación límite la resultante  $N$  puede considerarse aplicada en el extremo  $B$ .



Expresando el equilibrio de fuerzas en direcciones vertical y horizontal respectivamente,

$$N = P - T_V; \quad T_0 = \mu N = \mu(P - T_V). \quad (1)$$

Expresando ahora el equilibrio de momentos en  $B$ , suponiendo una longitud genérica  $L$  para la barra,

$$T_V L = \frac{PL}{2} \Rightarrow T_V = \frac{P}{2}. \quad (2)$$

(Como se ve, el resultado es independiente de  $L$ .) Sustituyendo los valores numéricos del enunciado resulta

$$T_V = 500 \text{ kg}; \quad T_0 = \mu \frac{P}{2} = 100 \text{ kg}.$$

2.— El cable forma un arco de catenaria cuya ecuación general es

$$y = a \cosh \frac{x}{a}, \quad (3)$$

cuyo vértice está situado a una distancia  $\alpha$  a la izquierda de  $A$ . El parámetro  $a$  de la catenaria se obtiene directamente:

$$a = \frac{T_0}{q} = 10 \text{ m}. \quad (4)$$

También se conoce la tensión vertical en  $A$ , por lo que

$$qa \operatorname{senh} \frac{\alpha}{a} = \frac{P}{2} \Rightarrow \boxed{\alpha = 23,12438 \text{ m}.} \quad (5)$$

El desnivel entre  $A$  y la polea es de  $h = 20$  m; si la distancia horizontal entre ambas es  $b$ ,

$$a \cosh \frac{\alpha + b}{a} - a \cosh \frac{\alpha}{a} = h, \quad (6)$$

de donde se obtiene

$$\boxed{b = 3,3567 \text{ m}.}$$

3.— Por último, el valor del contrapeso  $T$  es la tensión del cable en la polea:

$$\boxed{T = qa \cosh \frac{\alpha + b}{a} = 709,90195 \text{ kg}.}$$