Mecánica

EXAMEN FINAL EXTRAORDINARIO (15 de septiembre del 2008)

Apellidos *Nombre* *N.º* *Grupo*

Ejercicio 1.º (puntuación: 10/45) Tiempo: 45 min.

Responder a las siguientes cuestiones teórico-prácticas *dentro del espacio provisto en la hoja*. Las respuestas habrán de ser breves y directas, escritas a tinta y con letra clara. Se puede emplear como borrador la hoja adicional que se les ha repartido, que no deberá entregarse. No se permitirá tener sobre la mesa *ninguna otra hoja,* ni libros ni apuntes de ningún tipo, ni calculadoras.

Sea un sistema holónomo en el que se encuentra definida la función Lagrangiana $L(q_i, \dot{q}_i, t); i = 1, n$. *Definir* el concepto de coordenada cíclica, indicando en el caso de existir qué magnitud cinética asociada se conserva. *Aplicación*: Sea una partícula pesada de masa m que se mueve en una esfera fija de radio R. Obtener la función Lagrangiana y discutir la existencia de coordenadas cíclicas. Deducir la magnitud cinética que se conserva en el caso de existir, proporcionando su interpretación física. (5 ptos.)

NOTA: Expresión de la velocidad en coordenadas esféricas: $\boldsymbol{v} = \dot{r}\,\boldsymbol{u_r} + r\dot{\theta}\,\boldsymbol{u}_\theta + r\dot{\varphi}\cos\theta\,\boldsymbol{u}_\varphi$.

La ecuación diferencial del movimiento de un oscilador lineal es $m\ddot{x}+c\dot{x}+kx=f(t)$. *Discutir e interpretar* la solución de esta ecuación en términos de los regímenes transitorio y permanente del movimiento. *Aplicación:* Deducir la ecuación diferencial del movimiento de un oscilador lineal que tiene en un extremo el movimiento impuesto $u(t) = u_0 \operatorname{sen}(\Omega t)$ sin otras acciones sobre el mismo. Obtener la solución del movimiento en el caso en el que exista un pequeño amortiguamiento de valor despreciable (pero que permite alcanzar el régimen permanente), si en el instante inicial el resorte tiene su longitud natural y el sistema está en reposo. (5 ptos.)