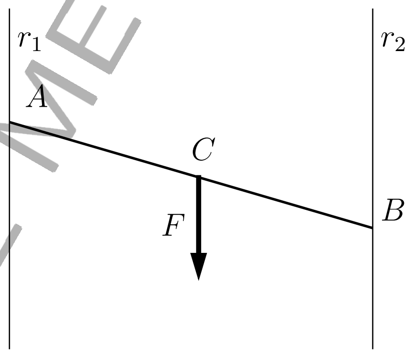
Mecánica

EXAMEN FINAL EXTRAORDINARIO (5 de diciembre del 2008)

Apellidos *Nombre* *N.º* *Grupo*

Ejercicio 4.º (puntuación 10/45) Tiempo: 60 min.

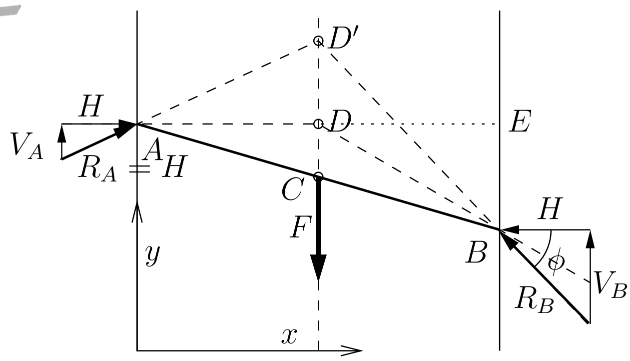
Una barra AB, de longitud $25b$, puede moverse dentro de un plano horizontal, permaneciendo en contacto con dos rectas r_1 y r_2 (fijas y paralelas, distantes $24b$), con las que tiene un coeficiente de rozamiento μ. En el punto C medio de AB se aplica una fuerza F paralela a las rectas. Se pide:



1. Demostrar que a partir de un valor mínimo de μ, que se calculará, la barra permanecerá en equilibrio, sea cual fuere el valor de F, mientras que por debajo de ese valor de μ la barra deslizará sobre las rectas.
2. Calcular el valor de las reacciones en A y B para el caso en que μ toma dicho valor mínimo.

⋆

1.— En los extremos A y B se producirán sendas reacciones R_A y R_B que equilibran la fuerza F aplicada sobre la barra. Estas reacciones tendrán en general una componente normal y otra tangencial debida al rozamiento que se movilice en cada caso. Para el equilibrio las tres fuerzas se deben cortar en un determinado punto, como D o D', que debe estar situado en el eje de F. Cada una de las reacciones (R_A, R_B) forma con su respectiva normal un ángulo que debe ser menor o igual que el ángulo de rozamiento $\phi = \arctan \mu$.



El ángulo de rozamiento necesario en el extremo más bajo (B) es siempre mayor que en el otro extremo, como se deduce de razonamientos geométricos elementales (ver figura adjunta).

Si el rozamiento es suficientemente elevado, el equilibrio podría alcanzarse por ejemplo con las reacciones cortándose en D'. Es fácil comprender que si esta configuración de equlibrio es posible para un valor dado de F, si se aumenta la fuerza F aplicada el equilibrio se mantiene mediante un aumento de la normal H (igual en ambos extremos) y un aumento proporcional del rozamiento movilizado, $V_A + V_B = F$. La barra queda *acodalada* entre las dos rectas.

El rozamiento mínimo necesario para el equilibrio será cuando las reacciones se corten en D. En este caso el rozamiento movilizado en A sería nulo y en B se estaría en situación de equilibrio estricto, a punto de deslizar. Este rozamiento se puede deducir de sencillos razonamientos geométricos:

$$y_{BE} = \sqrt{25^2 - 24^2} = 7\,; \quad \mu_{\min} = \tan\phi = \frac{y_{BE}}{x_{DE}} = \frac{7}{12}\,. \tag{1}$$

Si μ es menor no se podrá movilizar suficiente fuerza de rozamiento en B y la barra deslizaría.

2.— Los valores de las reacciones en esta situación de equilibrio estricto serían:

$$V_A = 0\,; \quad V_B = F\,; \quad H = \frac{V_B}{\mu} = \frac{12}{7}F\,. \tag{2}$$