

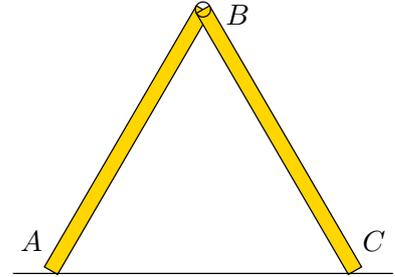
**Mecánica – ICCP**  
EXAMEN FINAL (22 de junio del 2012)

Apellidos	Nombre	N.º	Grupo

Ejercicio 3º (puntuación: 10/45)

Tiempo: 60 min.

Dos barras homogéneas iguales  $AB$  y  $BC$  están articuladas en sus extremos  $B$ . Se desea que queden en equilibrio sobre un plano, formando un ángulo  $\angle ABC = 60^\circ$ . Se pide:

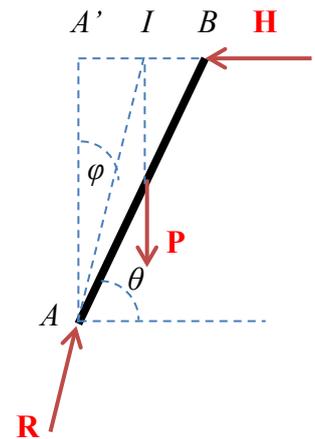


1. Si el plano es rugoso, ¿cuál debe ser el valor del coeficiente de rozamiento?
2. Si el plano es liso, puede colocarse un resorte elástico entre  $A$  y  $C$ . Suponiendo la longitud natural de este resorte nula, encontrar el valor de su constante elástica, demostrando que no puede conseguirse que el equilibrio sea estable. (se tomará un peso  $P$  y una longitud  $b$  para cada barra.)

§1. Aislemos una de las barras,  $AB$ . Sobre ella actúan tres fuerzas:

- El peso  $P$
- La reacción  $H$  entre las barras (que debe ser horizontal por la simetría del conjunto)
- La reacción  $R$  en el apoyo sobre el suelo

Como las dos primeras se cortan en  $I$  (punto medio de  $A'B$ ), también  $R$  debe pasar por dicho punto, por lo que formará con la vertical (normal en el apoyo  $A$ ) el mismo ángulo que  $AI$ . Luego:



$$\mu = \operatorname{tg} \varphi = \frac{\overline{A'I}}{\overline{AA'}} = \frac{b/4}{b\sqrt{3}/2} = \frac{\sqrt{3}}{6} \quad (1)$$

que es el valor mínimo que debe tener el rozamiento.

§2. El potencial del sistema, en función del ángulo  $\theta$  que  $AB$  forme con la horizontal, vale:

$$V(\theta) = 2P \frac{b}{2} \operatorname{sen} \theta + \frac{1}{2} k (2b \cos \theta)^2 \quad (2)$$

En el equilibrio  $dV/d\theta = 0$ , luego:

$$\frac{dV}{d\theta} = Pb \cos \theta - 4kb^2 \cos \theta \operatorname{sen} \theta = Pb \cos \theta - 2kb^2 \operatorname{sen} 2\theta \Rightarrow k = \frac{P}{4b \operatorname{sen} \theta} \quad (3)$$

Como queremos que  $\theta = 60^\circ$ , obtenemos:

$$k = \frac{P \sqrt{3}}{b} \cdot \frac{1}{6} \quad (4)$$

(valor que podría obtenerse directamente igualando el valor de la tensión del resorte al de la fuerza de rozamiento).

La estabilidad nos la da la derivada segunda positiva:

$$\frac{d^2V}{d\theta^2} = -Pb \operatorname{sen} \theta - 4kb^2 \cos 2\theta = -Pb \frac{\sqrt{3}}{2} + 4kb^2 \frac{1}{2} = -Pb \frac{\sqrt{3}}{6} < 0 \quad (5)$$

Luego el equilibrio será inestable, c.q.d.