

Mecánica – ICCP
EXAMEN FINAL (22 de junio del 2012)

Apellidos

Nombre

N.º

Grupo

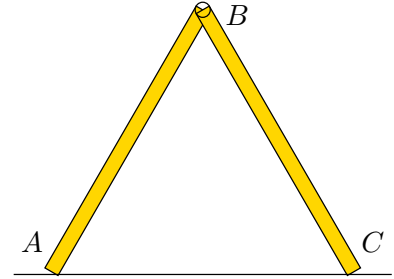
| | | |
|--|--|--|
| | | |
|--|--|--|

Ejercicio 3º (puntuación: 10/45)

Tiempo: 60 min.

Dos barras homogéneas iguales AB y BC están articuladas en sus extremos B . Se desea que queden en equilibrio sobre un plano, formando un ángulo $\angle ABC = 60^\circ$. Se pide:

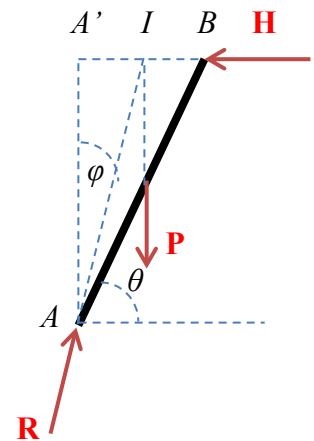
1. Si el plano es rugoso, ¿cuál debe ser el valor del coeficiente de rozamiento?
2. Si el plano es liso, puede colocarse un resorte elástico entre A y C . Suponiendo la longitud natural de este resorte nula, encontrar el valor de su constante elástica, demostrando que no puede conseguirse que el equilibrio sea estable. (se tomará un peso P y una longitud b para cada barra.)



§1. Aislemos una de las barras, AB . Sobre ella actúan tres fuerzas:

- El peso P
- La reacción H entre las barras (que debe ser horizontal por la simetría del conjunto)
- La reacción R en el apoyo sobre el suelo

Como las dos primeras se cortan en I (punto medio de $A'B$), también R debe pasar por dicho punto, por lo que formará con la vertical (normal en el apoyo A) el mismo ángulo que AI . Luego:



$$\mu = \operatorname{tg} \varphi = \frac{\overline{AI}}{\overline{AA'}} = \frac{b/4}{b\sqrt{3}/2} = \frac{\sqrt{3}}{6} \quad (1)$$

que es el valor mínimo que debe tener el rozamiento.

§2. El potencial del sistema, en función del ángulo θ que AB forme con la horizontal, vale:

$$V(\theta) = 2P \frac{b}{2} \operatorname{sen} \theta + \frac{1}{2} k (2b \cos \theta)^2 \quad (2)$$

En el equilibrio $dV/d\theta = 0$, luego:

$$\frac{dV}{d\theta} = Pb \cos \theta - 4kb^2 \cos \theta \operatorname{sen} \theta = Pb \cos \theta - 2kb^2 \operatorname{sen} 2\theta \Rightarrow k = \frac{P}{4b \operatorname{sen} \theta} \quad (3)$$

Como queremos que $\theta = 60^\circ$, obtenemos:

$$k = \frac{P \sqrt{3}}{b} \cdot \frac{1}{6} \quad (4)$$

(valor que podría obtenerse directamente igualando el valor de la tensión del resorte al de la fuerza de rozamiento).

La estabilidad nos la da la derivada segunda positiva:

$$\frac{d^2V}{d\theta^2} = -Pb \operatorname{sen} \theta - 4kb^2 \cos 2\theta = -Pb \frac{\sqrt{3}}{2} + 4kb^2 \frac{1}{2} = -Pb \frac{\sqrt{3}}{6} < 0 \quad (5)$$

Luego el equilibrio será inestable, c.q.d.