

Mecánica

EXAMEN FINAL JUNIO (20 de Junio de 1995)

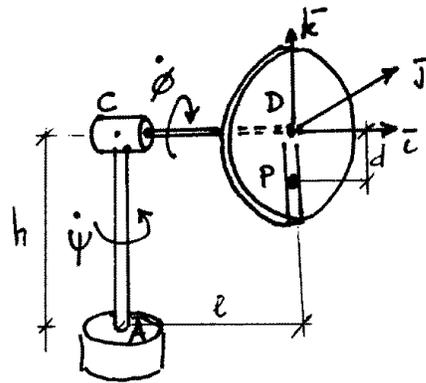
Apellidos	Nombre	N.º	Grupo

Ejercicio 5.º Final y del 1.º Parcial

Tiempo: 45 min.

El dispositivo de la figura consta de un eje vertical AC de longitud h que gira con velocidad cte $\dot{\psi}$. Dicho eje mueve un árbol horizontal CD , de longitud l , en cuyo extremo D se halla un disco con una ranura que gira con velocidad $\dot{\phi}$ cte respecto al eje CD . Por la ranura se mueve una partícula P con velocidad v en dirección vertical hacia abajo en el instante considerado y aceleración a vertical hacia arriba en ese mismo instante. Se pide:

1. Aceleración angular del disco.
2. Considerando la referencia $\{D, \mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}\}$ solidaria al disco, como sistema de referencia móvil, aceleraciones absoluta, de arrastre, relativa y de Coriolis de P .



1.- La velocidad angular del disco es:

$$\Omega = \dot{\phi} \mathbf{i} + \dot{\psi} \mathbf{k}$$

Derivando esta expresión se obtiene la aceleración angular; para ello consideramos que las componentes de Ω son constantes en el triedro de referencia que gira solidario con el eje AC :

$$\dot{\Omega} = \left(\frac{d\Omega}{dt} \right)_{rel} + \dot{\psi} \mathbf{k} \wedge \Omega = \dot{\psi} \dot{\phi} \mathbf{j}$$

2.- La expresión de la aceleración del punto P en el sistema de referencia $\{D, \mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}\}$, es:

$$\mathbf{a}_{abs,P} = \mathbf{a}_{arr,P} + \mathbf{a}_{cor,P} + \mathbf{a}_{rel,P}$$

con:

$$\mathbf{a}_{arr,P} = \mathbf{a}_D + \dot{\Omega} \wedge \mathbf{DP} + \Omega \wedge (\Omega \wedge \mathbf{DP}) \quad (1)$$

$$\mathbf{a}_{cor,P} = 2\Omega \wedge \mathbf{v}_{rel,P} \quad (2)$$

$$\mathbf{a}_{rel,P} = a \mathbf{k} \quad (3)$$

Las expresiones de los términos de (1) y (2) en el instante dado son:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{a}_D &= -\dot{\psi}^2 l \mathbf{i} \\
 \dot{\boldsymbol{\Omega}} \wedge \mathbf{DP} &= \dot{\psi} \dot{\phi} \mathbf{j} \wedge (-d) \mathbf{k} = -\dot{\psi} \dot{\phi} d \mathbf{i} \\
 \boldsymbol{\Omega} \wedge (\boldsymbol{\Omega} \wedge \mathbf{DP}) &= (\dot{\phi} \mathbf{i} + \dot{\psi} \mathbf{k}) \wedge [(\dot{\phi} \mathbf{i} + \dot{\psi} \mathbf{k}) \wedge (-d) \mathbf{k}] = -\dot{\phi} \dot{\psi} d \mathbf{i} + \dot{\phi}^2 d \mathbf{k} \\
 2\boldsymbol{\Omega} \wedge \mathbf{v}_{rel} &= 2(\dot{\phi} \mathbf{i} + \dot{\psi} \mathbf{k}) \wedge (-v) \mathbf{k} = 2\dot{\phi} v \mathbf{j}
 \end{aligned}$$

Sustituyendo estas expresiones en (1) y (2), resultan las aceleraciones pedidas:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{a}_{arr,P} &= -(\dot{\psi}^2 l + 2\dot{\psi} \dot{\phi} d) \mathbf{i} + \dot{\phi}^2 d \mathbf{k} \\
 \mathbf{a}_{rel,P} &= a \mathbf{k} \\
 \mathbf{a}_{cor,P} &= 2\dot{\phi} v \mathbf{j} \\
 \mathbf{a}_{abs,P} &= -(\dot{\psi}^2 l + 2\dot{\psi} \dot{\phi} d) \mathbf{i} + 2\dot{\phi} v \mathbf{j} + (\dot{\phi}^2 d + a) \mathbf{k}
 \end{aligned}$$