

Mecánica

EXAMEN FINAL ORDINARIO (28 de Junio de 1996)

Apellidos	Nombre	Nº	Grupo

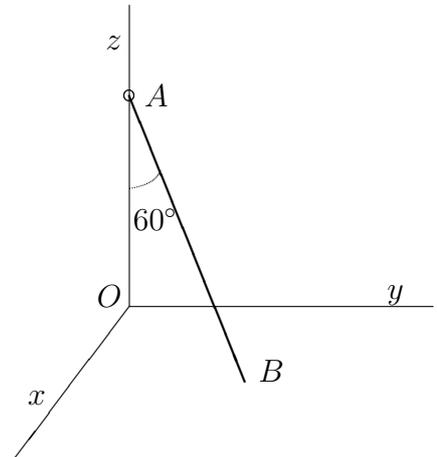
Ejercicio 6º

Tiempo: 45 min.

Una barra homogénea de longitud $AB = 2l$ y masa m se mueve con su extremo A obligado a deslizar sin rozamiento sobre un eje vertical Oz . Inicialmente la barra forma un ángulo $\theta = 60^\circ$ con la vertical y se deja caer sin velocidad desde una altura $z_A = 2l$, chocando mediante el extremo B con el plano horizontal fijo Oxy , de forma perfectamente elástica.

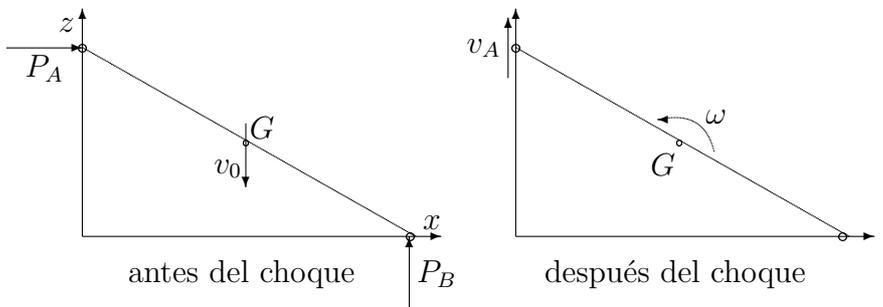
Se pide:

- Movimiento instantáneo de la barra después del choque;
- Impulsión reactiva producida en A .



La caída de la barra se desarrolla desde $z_A^1 = 2l$ hasta $z_A^2 = 2l \cos 60^\circ = l$, es decir, cae una altura l . Puesto que parte del reposo cae paralelamente a sí misma, desarrollando una velocidad de traslación $v_0 = \sqrt{2gl}$.

El movimiento antes y después del choque se desarrolla dentro de un mismo plano vertical, dentro del que tomaremos el eje de abscisas x . En el punto B se produce una percusión vertical P_B , mientras que en A aparece una percusión reactiva P_A .



1.- Caracterizamos el movimiento después del choque por las variables ω , velocidad de rotación de la barra, y v_A , velocidad del punto A . Establecemos en primer lugar las ecuaciones de balance de cantidad de movimiento:

$$P_A = m\omega \frac{l}{2}; \quad (1)$$

$$-mv_0 + P_B = m \left(v_A + \omega l \frac{\sqrt{3}}{2} \right). \quad (2)$$

Por otra parte, el balance del momento cinético en G expresa

$$P_B l \frac{\sqrt{3}}{2} - P_A l \frac{1}{2} = \frac{1}{12} m (2l)^2 \omega. \quad (3)$$

Por último, la ecuación del coeficiente de restitución ($e = 1$) es

$$v_0 = v_A + \omega l \sqrt{3}. \quad (4)$$

Las 4 ecuaciones anteriores quedan planteadas en función de las incógnitas (ω, v_A, P_A, P_B) . Resolviendo resulta:

$$\omega = \frac{3\sqrt{3}v_0}{4l}; \quad v_A = -\frac{5}{4}v_0$$

2.- Sustituyendo los valores de ω y v_A en las ecuaciones (1) y (2) resulta

$$P_A = \frac{3\sqrt{3}}{8}mv_0; \quad P_B = \frac{7}{8}mv_0$$