

MECÁNICA

Práctica nº 1

curso 2001-2002

1. Una partícula material pesada M , de masa m , se mueve sobre una hélice cuyas ecuaciones cartesianas son:

$$\begin{aligned}x &= R \cos \theta \\y &= R \operatorname{sen} \theta \\z &= R \theta\end{aligned}$$

Sobre el punto actúa además de la gravedad una fuerza de resistencia proporcional y opuesta a la velocidad tal que cuando la velocidad del punto es \sqrt{gR} , la fuerza de resistencia es igual al peso mg de la partícula.

En el instante inicial ($t = 0$) la partícula se encuentra en la posición definida por las coordenadas $(R, 0, 0)$ y se lanza con una velocidad $V_o \sqrt{2}/2(\mathbf{j} + \mathbf{k})$.

Se pide:

1. Demostrar que existe un valor de la velocidad inicial V_o para el cual la aceleración total de la partícula en el instante inicial es mínima.
2. Plantear las ecuaciones que determinan el movimiento de la partícula M y la reacción de la hélice.
3. Calcular la posición más alta alcanzada por la partícula, suponiendo que el valor algebraico de la velocidad inicial es: $V_o = \sqrt{2gR}$.

(Ejercicio 3, Curso 99/00)

2. Un punto material M de masa m , pesado, se mueve sin rozamiento sobre una esfera de centro O y radio R con ligadura bilateral. El punto M está unido mediante una goma elástica de longitud natural cero y constante de rigidez k al punto A de la esfera (OA es la vertical ascendente). La goma se apoya en todo momento sobre la cara exterior de la esfera. Se pide:

1. Determinar la función potencial de la que derivan las fuerzas directamente aplicadas al punto.
2. Determinar las integrales primeras de donde se deduce el movimiento del punto para una condiciones iniciales arbitrarias.

3. Determinar qué condición debe verificar k y qué condiciones iniciales se necesitan para que el punto describa el paralelo correspondiente a $\varphi = 60^\circ$.
4. En el caso particular en el que $k = mg/R$ y las condiciones iniciales sean $\varphi = 60^\circ$ y el punto se lance con una velocidad inicial v_0 tangente al paralelo correspondiente, se pide:
 - a) Justificar razonadamente si el punto inmediatamente después del instante inicial subirá o bajará.
 - b) Calcular la reacción normal de la esfera en el instante inicial.

(Problema puntuable, curso 99/00)

- 3.** Una partícula material M , de masa m , está obligada a moverse sobre un aro circular situado en un plano vertical. Dicho aro es sometido a un ciclo térmico que origina dilataciones y contracciones de forma que su radio varía de acuerdo con la relación

$$R = \frac{1}{2}a(2 + \cos \omega t)$$

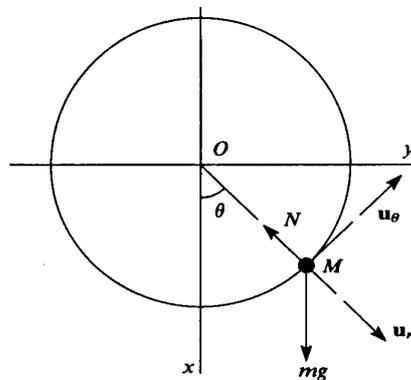
Se pide:

1. Plantear la ecuación diferencial que determina el movimiento de la partícula material M suponiendo que sobre ella actúa, además de la acción del aro, la fuerza de la gravedad.

2. Determinar el movimiento de la partícula en el caso de que se anule la fuerza de la gravedad y suponiendo que, en el instante inicial, la partícula se encuentre en la posición más baja del aro y esté dotada de una velocidad absoluta de valor:

$$|\mathbf{v}| = \frac{3\sqrt{3}}{2}\omega a$$

3. Calcular, en función del tiempo, la fuerza que el aro ejerce sobre la partícula en las condiciones específicas del apartado anterior.



(Ejercicio 4, Curso 99/00)

4. Se considera en un plano vertical OXY (OX horizontal y OY vertical ascendente) la curva representada en la figura, cuyas ecuaciones paramétricas son:

$$\begin{aligned} x &= a \cos^3 u \\ y &= a \operatorname{sen}^3 u \end{aligned}$$

donde a es una constante positiva conocida y u es el parámetro que puede tomar cualquier valor del intervalo $0 < u < 180^\circ$.

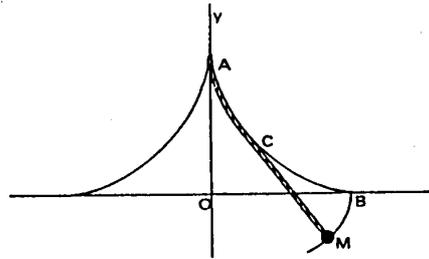
Del punto A cuelga un hilo AM de masa despreciable y longitud $3a/2$ en cuyo extremo M se sitúa una partícula material pesada de masa m .

En el instante inicial la partícula M se sitúa en B , de forma que el hilo AM se encuentra enrollado sobre la rama AB de la curva, y se abandona el conjunto sin comunicarle velocidad inicial.

Como consecuencia de la fuerza de gravedad, el hilo se irá desenrollando de manera que en un instante arbitrario estará en la posición ACM representada en la figura. La posición de la partícula M quedará determinada por el valor del parámetro u correspondiente al punto C .

Se pide:

1. Plantear la ecuación diferencial del movimiento correspondiente al punto M en función del parámetro u .
2. Calcular, en función de u , la tensión del hilo.



(Ejercicio 4, Curso 97/98)

5. Una partícula que se mueve sobre una circunferencia es atraída por un punto de su perímetro, con una fuerza función de la distancia. Determinar esta función de modo que la reacción que ejerza la circunferencia sobre la partícula sea constante, y calcúlese la reacción en función de las condiciones iniciales.

(Ejercicio 8, Curso 93/94)