

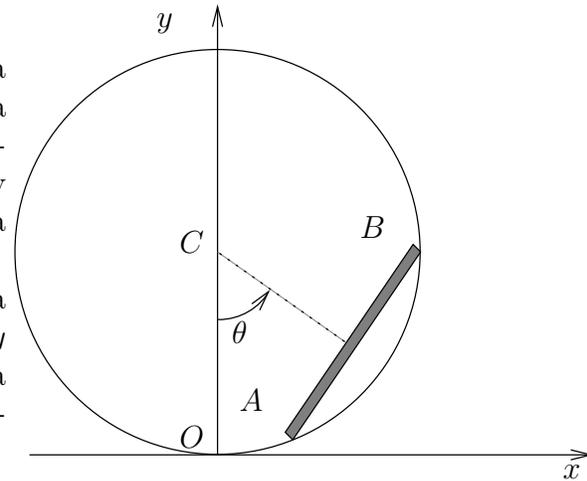
# MECÁNICA

## Práctica nº 18

curso 2001-2002

**86.** Sobre un plano vertical se dispone de una varilla homogénea y pesada de masa  $m$  y longitud  $a$ . Dicha varilla puede moverse sin rozamiento sobre una circunferencia fija, de radio  $a$ , de forma que sus extremos  $A$  y  $B$  están situados en todo instante sobre puntos de dicha circunferencia, como se indica en la figura.

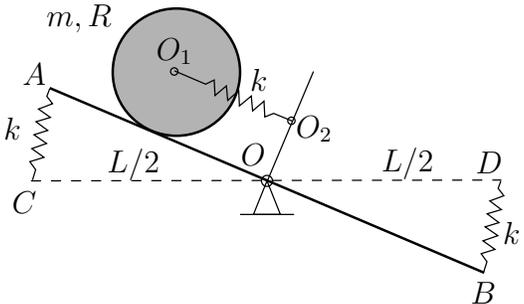
Además del peso, sobre la varilla actúa sobre cada partícula de la misma, una fuerza repulsiva del eje  $Oy$  proporcional al producto de la masa de cada partícula por su distancia al eje, siendo  $\omega^2$  la constante de proporcionalidad.



Se pide:

1. Calcular todas las posibles posiciones de equilibrio y analizar su dependencia con el valor  $\omega^2$ .
2. Determinar  $\omega^2$  para que  $\theta = 60^\circ$  sea posición de equilibrio.
3. Reacciones en  $A$  y  $B$  para la anterior posición de equilibrio.
4. Discutir la estabilidad de la posición de equilibrio  $\theta = 0^\circ$ .

**87.** Una barra de longitud  $L = 2R\sqrt{2}$  y masa  $M = 3m$  puede girar libremente alrededor de su punto central fijo  $O$ . Sobre esta barra rueda sin deslizar un disco de masa  $m$  y radio  $R$ . Los extremos  $A$  y  $B$  están unidos mediante sendos resortes iguales de constante  $k$  a dos puntos fijos  $C$  y  $D$ , equidistantes una distancia  $L/2$  de  $O$  (ver figura adjunta). Además, el centro  $O_1$  del disco está unido a un punto  $O_2$ , situado siempre a una altura  $R$  sobre el centro de la barra, mediante otro resorte de constante  $k$ . Todos los resortes tienen longitud natural nula, y el sistema se mueve siempre contenido en un plano vertical fijo. Además, se considera que el anclaje del punto  $O_2$  no interfiere en el movimiento del disco.



Se pide:

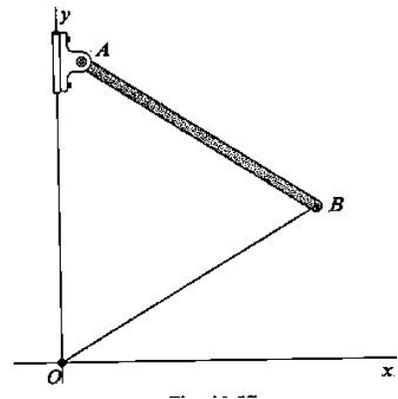
1. Discutir la existencia de posiciones de equilibrio en función del valor de  $k$ .
2. Discutir la estabilidad de las posiciones de equilibrio para  $k = mg/(2R)$ .

(Examen final extraordinario, Curso 99/00)

**88.** Una varilla pesada de masa  $m$ , longitud  $2a$ , está obligada a permanecer sobre un plano fijo vertical referido a un sistema de ejes cartesianos  $Oxy$ . El extremo  $A$  de dicha varilla, puede deslizarse sin rozamiento sobre la recta vertical  $Oy$  en tanto que su extremo  $B$ , está amarrado mediante un hilo flexible, inextensible y sin peso, de longitud  $2a$ , al punto  $O$  fijo de dicha recta.

Además del peso, sobre cada una de las partículas de la varilla  $AB$ , actúa una fuerza repulsiva del eje  $Ox$  proporcional al producto de la masa de cada partícula por su distancia al eje, siendo  $\omega^2$  la constante de proporcionalidad.

Físicamente el equilibrio del sistema, puede alcanzarse tanto si el hilo está tenso como si tiene tensión nula. Para cada una de estas dos posibilidades, se pide:



1. Determinar las ecuaciones de equilibrio del sistema.
2. Determinar todas las posiciones de equilibrio
3. Reacción en  $A$  y tensión del hilo.
4. Estudiar cómo varían las posiciones de equilibrio, la reacción en  $A$  y la tensión del hilo en función de los diversos valores que puede tomar la constante  $\omega^2$  ( $0 \leq \omega^2 < \infty$ ).

**89.** Una varilla  $AB$  homogénea, pesada, de masa  $m$  y longitud  $a$ , puede moverse en un plano vertical fijo de forma que su extremo  $A$  desliza sin rozamiento sobre una recta fija horizontal  $OX$  de dicho plano.

El extremo  $A$  está unido al punto fijo  $O$  mediante un muelle de longitud natural  $0$  y constante de rigidez  $K$ .

El punto  $O$  repele a cada partícula material de la varilla con una fuerza proporcional al producto de la masa de la partícula por su distancia al punto  $O$ , siendo  $K/2m$  la constante de proporcionalidad.

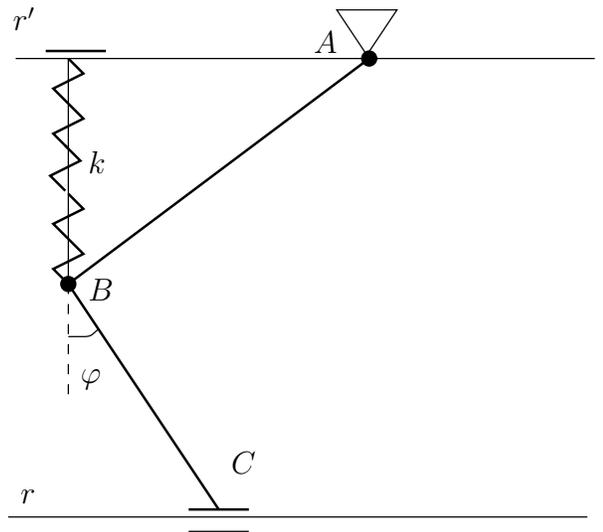
Se pide:

1. Determinar las posiciones de equilibrio de la varilla.

2. Calcular la función potencial de la que derivan las fuerzas dadas.
3. Comprobar que las posiciones de equilibrio antes determinadas, son los máximos o mínimos de la función potencial.
4. Determinar las posiciones de equilibrio en el caso particular en que  $K = 8mg/a$ .
5. Determinar la fuerza que la recta  $OX$  ejerce sobre el extremo  $A$  en las posiciones de equilibrio del apartado anterior.

(Ejercicio 86, Curso 94/95)

**90.** Dos varillas  $AB$  y  $BC$ , obligadas a moverse en un plano vertical fijo, están articuladas entre sí en su extremo común  $B$ . El extremo  $A$  de la varilla  $AB$  está articulado en un punto fijo y el extremo  $C$  de la varilla  $BC$  está obligado a deslizar sobre la recta horizontal lisa  $r$ . Las dos varillas tienen masa  $m$  y sus longitudes son  $l_{AB} = b\sqrt{2}$  y  $l_{BC} = b$ . Un muelle de constante  $k$  y longitud natural nula tiene un extremo unido al punto  $B$  y el otro extremo desliza sobre una recta horizontal lisa  $r'$  que pasa por  $A$ , permaneciendo vertical a lo largo del movimiento. La distancia de  $r$  a  $r'$  es  $2b$ .



Encontrar las posiciones de equilibrio en función de  $\varphi$  y estudiar la naturaleza de las mismas según el valor de la constante elástica  $k$

(Examen final extraordinario, Curso 97/98)