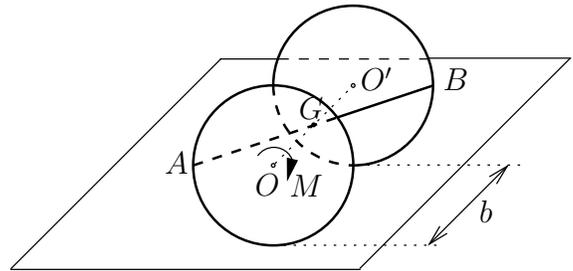


MECÁNICA

Práctica nº 14

curso 2002-2003

66. El sólido rígido de la figura está formado por dos discos y una varilla. Los discos son iguales con masa m_1 y radio R , estando contenidos en planos verticales paralelos separados una distancia b , y perpendiculares a la recta OO' que une sus centros. La varilla, de masa m_2 , está soldada por sus extremos a sendos puntos A y B del borde de los discos de tal manera que su centro coincide con el centro de masas G del sólido rígido conjunto. Este sólido se mueve de manera que los discos ruedan sin deslizar en todo momento sobre un plano horizontal fijo. En el instante inicial, en que el sólido está en reposo con la varilla horizontal, se aplica un momento M según OO' (ver figura). Se pide:



1. Tensor central de inercia, definiendo claramente los ejes en que se expresan sus componentes.
2. Valor de la aceleración de G en el instante inicial.
3. Expresión de las reacciones en los puntos de apoyo de cada disco sobre el plano horizontal, en dicho instante inicial.
4. Determinar el valor del momento M que hace que el sólido se desprege del plano en el instante inicial, indicando en cuál de los discos se produce el despegue.

(Examen final, septiembre 2002)

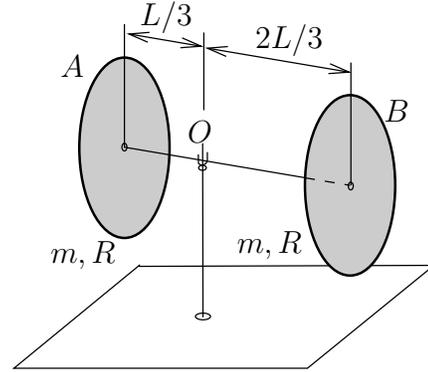
67. Se considera un sistema formado por dos discos iguales de masa m y radio R cuyos centros se encuentran unidos perpendicularmente mediante una varilla de longitud L y masa despreciable. Uno de los discos (A) puede girar libremente alrededor del eje de la varilla, mientras que el otro (B) se encuentra soldado a la varilla por su centro. Se considera que en todo instante el giro del disco B alrededor de la varilla es nulo, y que a su vez la varilla no gira alrededor de su propio eje.

El conjunto formado por la varilla y los discos se apoya sin rozamiento sobre un soporte fijo articulado que permite tanto el balanceo de la varilla (inclinación respecto del plano horizontal) como su movimiento de precesión alrededor del eje del apoyo (ver figura adjunta). El punto de apoyo O en la varilla se encuentra en

todo momento a una distancia $L/3$ del disco A y $2L/3$ del disco B .

Se pide:

1. Expresar las ecuaciones diferenciales de segundo orden que gobiernan el movimiento del sistema.
2. Expresar las posibles integrales primeras del movimiento.
3. Calcular el valor de la velocidad de rotación del disco A alrededor del eje de la varilla (ω) para que el movimiento resultante sea tal que la precesión del conjunto sea constante con la varilla siempre horizontal.



(Examen final, septiembre 2002)

68. Se pretende estudiar el comportamiento de un gir6scopo que mide la velocidad de rotaci6n de un veh6culo. Este gir6scopo est6 formado por una plataforma que lo une al veh6culo, y sobre ella una horquilla con una montura que soporta un disco de masa m y radio R , tal y como muestra la figura adjunta. Tanto la plataforma como la horquilla y la montura tienen una masa despreciable frente a la del disco.

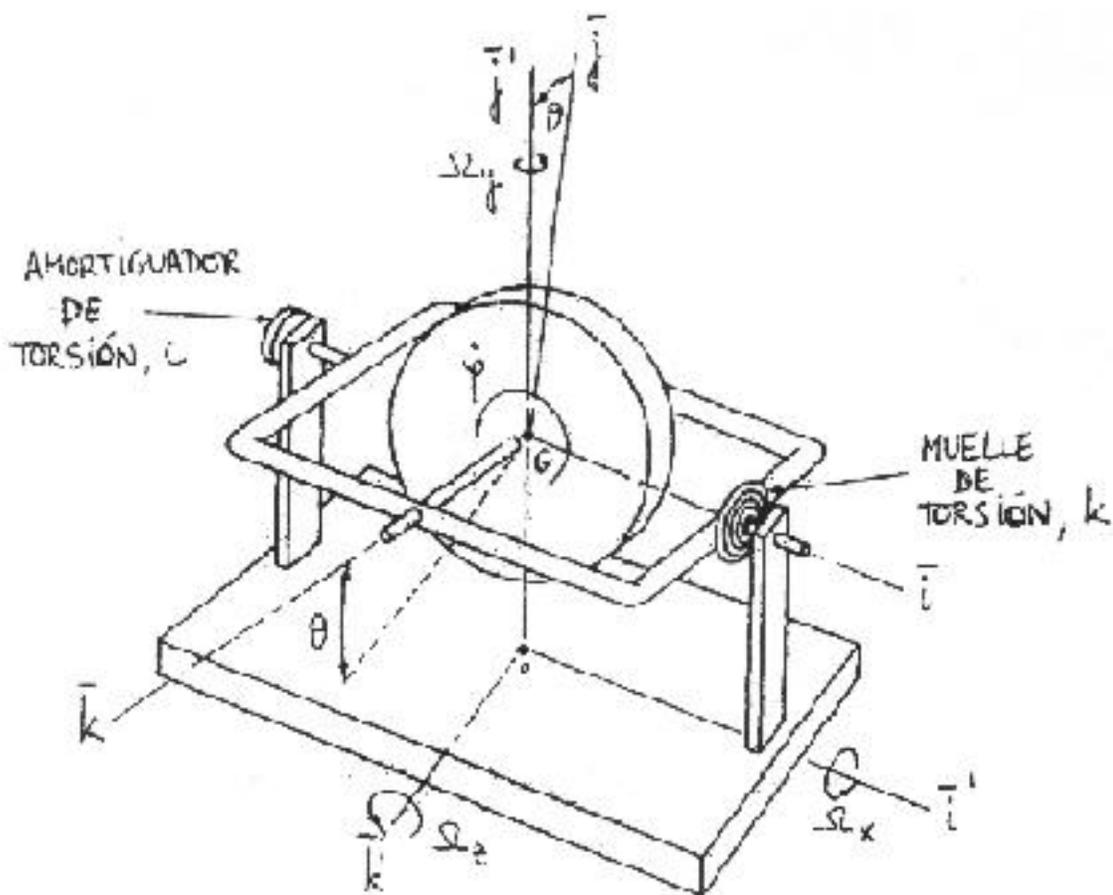
La montura puede cabecear libremente respecto de la plataforma (ángulo θ), y est6 unida a la horquilla a trav6s de unos cojinetes que incorporan un muelle torsional de constante k y un amortiguador torsional de constante $c < R\sqrt{km}$. Adem6s, el disco puede girar libremente alrededor del eje perpendicular a su plano que pasa por su centro.

Inicialmente la plataforma no gira y el disco se encuentra girando con una velocidad elevada $\dot{\varphi}_0$ con $\theta = 0$, posici6n 6sta en la que el muelle no actúa.

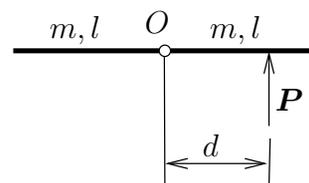
En un cierto instante el veh6culo adquiere una velocidad de rotaci6n $\mathbf{\Omega}(t)$ dada, de componentes $(\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z)$ en el tridero móvil $(O; \mathbf{i}', \mathbf{j}', \mathbf{k}')$ ligado a la plataforma. Esta velocidad de rotaci6n se supone de magnitud mucho menor que la de rotaci6n propia inicial del disco, de manera que se verifica $\dot{\varphi}_0 \ll \Omega_y, \Omega_z, \dot{\Omega}_x/\Omega_y$. Se supone adem6s que el muelle es suficientemente r6gido como para que el cabeceo θ sea pequeño.

Se pide:

1. Relaci6n general entre el cabeceo $\theta(t)$ observado en el instrumento y la velocidad de rotaci6n del veh6culo.
2. Particularizar la relaci6n anterior para el caso en que Ω_y sea constante y el amortiguamiento sea muy elevado, verific6ndose $(1/2)mR^2 \ll c < R\sqrt{km}$.



69. Un sistema material está formado por dos barras iguales de masa m y longitud l articuladas entre sí en el punto O , y que pueden moverse libremente sobre un plano horizontal liso. Cuando las barras están alineadas y en reposo, como muestra la figura adjunta, se aplica una percusión P en dirección perpendicular a una de las barras en un punto situado a una distancia d de la articulación.



Se pide:

1. Valor de la distancia d para que el sistema formado por las dos barras adquiera un movimiento como si fuera un único sólido rígido (una única barra de longitud $2l$) a lo largo del movimiento que tiene lugar después de la aplicación de la percusión.
2. Se supone que la percusión P está producida por el impacto de una partícula de masa m que incide perpendicularmente a la barra con una velocidad v . Se observa que cuando la partícula impacta a la distancia d calculada en el apartado anterior queda en reposo inmediatamente después del impacto. Calcular el coeficiente de restitución de éste.

(Examen Parcial, abril 2002)

70. Una esfera maciza de masa m y radio R se encuentra situada inicialmente en reposo sobre un plano horizontal.

En un cierto instante se le aplica una percusión horizontal I en un punto situado a una distancia d_2 sobre el plano ecuatorial y a una distancia d_1 del plano vertical paralelo a la impulsión que pasa por su centro.

Se supone que la esfera rueda sin deslizar en todo momento sobre el plano horizontal. Se pide:

1. Calcular el lugar geométrico de los puntos sobre la esfera tales que si se aplica la percusión en cualquiera de ellos, las velocidades angulares de rodadura y pivotamiento después de la percusión son iguales.
2. Describir el movimiento de la esfera después de la percusión.

★