

MECÁNICA

Práctica nº 1

curso 2003-2004

1. Una partícula de masa m está obligada a moverse con ligadura bilateral sobre un plano horizontal móvil que tiene un movimiento de traslación general definido por las ecuaciones horarias $X(t), Y(T), Z(t)$.

En el instante inicial el plano está en reposo, y la partícula se lanza con una velocidad \mathbf{v}_0 .

Expresar las ecuaciones horarias del movimiento del plano para que la partícula describa una trayectoria circular de radio R con módulo de velocidad constante respecto de un observador ligado al plano.

2. Una partícula material M , de masa m , está obligada a moverse sobre un aro circular situado en un plano vertical. Dicho aro es sometido a un ciclo térmico que origina dilataciones y contracciones de forma que su radio varía de acuerdo con la relación

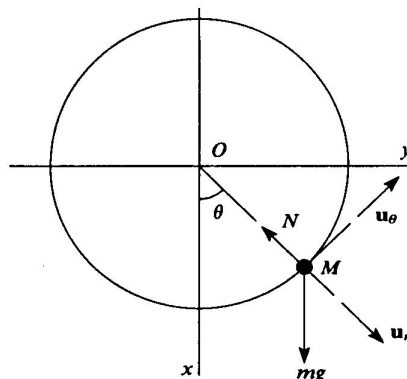
$$R = \frac{1}{2}a(2 + \cos \omega t)$$

Se pide:

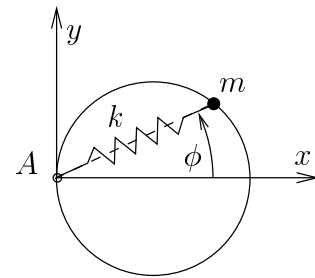
1. Plantear la ecuación diferencial que determina el movimiento de la partícula material M suponiendo que sobre ella actúa, además de la acción del aro, la fuerza de la gravedad.
2. Determinar el movimiento de la partícula en el caso de que se anule la fuerza de la gravedad y suponiendo que, en el instante inicial, la partícula se encuentre en la posición más baja del aro y esté dotada de una velocidad absoluta de valor:

$$|\mathbf{v}| = \frac{3\sqrt{3}}{2}\omega a$$

3. Calcular, en función del tiempo, la fuerza que el aro ejerce sobre la partícula en las condiciones específicas del apartado anterior.



3. Una partícula de masa m , pesada, se mueve sin rozamiento sobre un aro de radio R con ligadura bilateral. La partícula se encuentra atraída mediante una fuerza elástica de constante k a un punto A del aro que se encuentra en un diámetro horizontal. El aro gira con una velocidad angular constante ω en torno al eje vertical fijo Ay .



Sea ϕ el ángulo que forma el diámetro horizontal con el radio-vector que une el punto A con la partícula. Se pide:

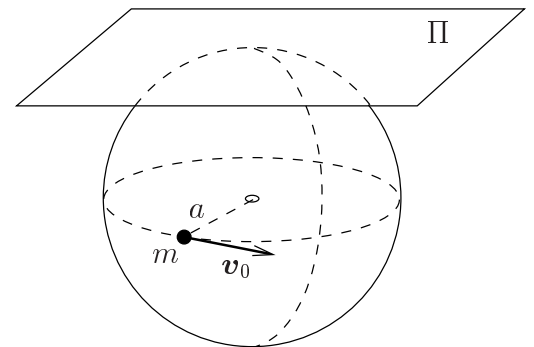
1. Expresar la aceleración de la partícula en función del ángulo ϕ y sus derivadas.
2. Ecuación diferencial del movimiento.
3. Comprobar la existencia de una integral primera del movimiento. ¿Se conserva la energía?
4. Obtener la reacción que ejerce el aro sobre la partícula

(Problema puntuable, curso 00/01)

4. Una partícula material pesada de masa m está obligada a moverse sobre una esfera fija de radio a con ligadura bilateral lisa.

Además del peso actúa una fuerza atractiva hacia un plano fijo Π , que es tangente a la esfera en su punto más elevado. Esta fuerza es proporcional a la distancia, siendo $k = 2mg/a$ la constante de proporcionalidad.

En el instante inicial el punto m se sitúa sobre el ecuador de la esfera con una velocidad inicial $v_0 = \sqrt{2ga}$ horizontal.



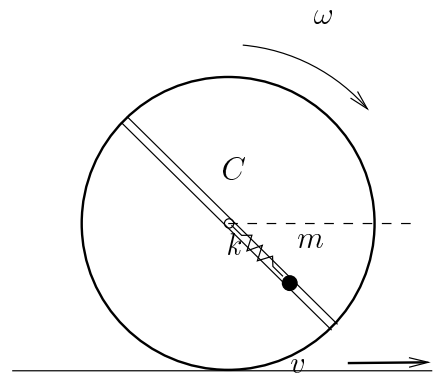
Se pide:

1. Expresión de las ecuaciones diferenciales del movimiento de la partícula.
2. Reducir las ecuaciones del apartado anterior a cuadraturas.
3. Expresión de la reacción de la esfera sobre la partícula en un instante genérico.
4. Expresión que permitiría calcular los paralelos entre los que se desarrolla el movimiento.

(Problema puntuable, curso 02/03)

5. Un disco de radio R se mueve en todo momento en un plano vertical de forma que gira con velocidad angular ω constante, y que rueda sobre una recta horizontal con una velocidad de deslizamiento constante v .

En el disco existe una ranura radial lisa en la que se mueve una partícula de masa m , que está unida además al centro (C) del disco mediante un resorte de constante elástica k y longitud natural nula. Se pide:



1. Expresar la ecuación diferencial del movimiento de la partícula en la ranura.
2. Obtener el valor mínimo de k para que el movimiento de la partícula respecto de la ranura sea de tipo oscilatorio.
3. Expresar la reacción que ejerce la ranura sobre la partícula.
4. Suponiendo que en el instante inicial la ranura está horizontal y la partícula se encuentra en el borde derecho del disco y en reposo respecto de éste, calcular el trabajo de la reacción entre $t = 0$ y un instante en que la ranura ha girado un cuarto de vuelta ($t = \pi/(2\omega)$). Particularizar este cálculo para $k = 10mg/R$, $\omega = \sqrt{g/R}$ y $v = (5/6)\omega R$.

(Examen Parcial, curso 00/01)