

# MECÁNICA

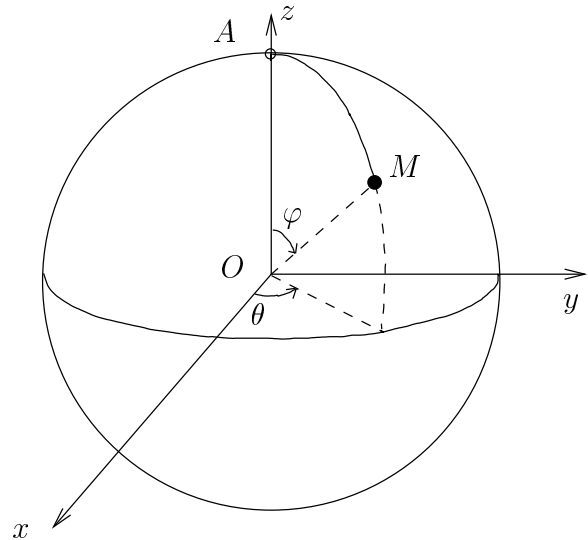
## Práctica nº 2

curso 2003-2004

6. Un punto material  $M$  de masa  $m$ , pesado, se mueve sin rozamiento sobre una esfera de centro  $O$  y radio  $R$  con ligadura bilateral. El punto  $M$  está unido mediante una goma elástica de longitud natural cero y constante de rigidez  $k$  al punto  $A$  de la esfera ( $OA$  es la vertical ascendente). La goma se apoya en todo momento sobre la cara exterior de la esfera.

Se pide:

1. Determinar la función potencial de la que derivan las fuerzas directamente aplicadas al punto.
2. Determinar las integrales primeras de donde se deduce el movimiento del punto para unas condiciones iniciales arbitrarias.
3. Determinar qué condición debe verificar  $k$  y qué condiciones iniciales se necesitan para que el punto describa el paralelo correspondiente a  $\varphi = 60^\circ$ .
4. En el caso particular en el que  $k = mg/R$  y las condiciones iniciales sean  $\varphi = 60^\circ$  y el punto se lance con una velocidad inicial  $v_0$  tangente al paralelo correspondiente, se pide:
  - a) Justificar razonadamente si el punto inmediatamente después del instante inicial subirá o bajará.
  - b) Calcular la reacción normal de la esfera en el instante inicial.

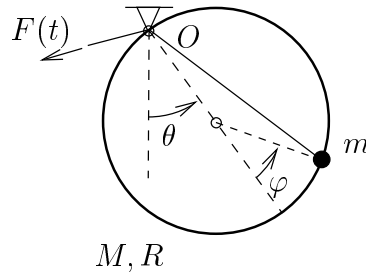


(Problema Puntuable, Curso 99/00)

7. Una aro sin masa de radio  $R$  se mueve en todo momento en un plano vertical con un punto de su periferia  $O$  fijo. Ensartada en el aro se mueve una partícula de masa  $m$ . Por otra parte, la partícula está unida a uno de los extremos de un cable inextensible y sin masa, que pasa por  $O$  a través de una pequeña argolla. En el otro extremo del cable se aplica una fuerza  $F(t)$  dada. No existe rozamiento entre ninguna de las partes del sistema.

Se pide:

1. Ecuaciones diferenciales del movimiento.
2. Justificar razonadamente la existencia o no de integrales primeras del movimiento.
3. Expresar la reacción del aro sobre la partícula en un instante genérico.



(Problema puntuable, curso 98/99)

8. Una partícula pesada de masa  $m$  se mueve con enlace bilateral liso por la superficie

$$x^2 + y^2 - 2ay = 0$$

referida a un sistema ortogonal  $Oxyz$  en el que  $Oz$  es la vertical ascendente.

Además del peso, el punto es atraído por el origen de coordenadas con una fuerza proporcional a la distancia, cuya expresión es

$$\mathbf{F} = -K^2 m \mathbf{r}$$

Inicialmente, el punto se encuentra en el origen de coordenadas  $O$  y su velocidad es  $\mathbf{v} = 2Ka \mathbf{i}$

Se pide:

1. Ecuaciones diferenciales del movimiento.
2. Ecuaciones horarias del movimiento de la partícula.
3. Reacción de la superficie en un instante genérico.

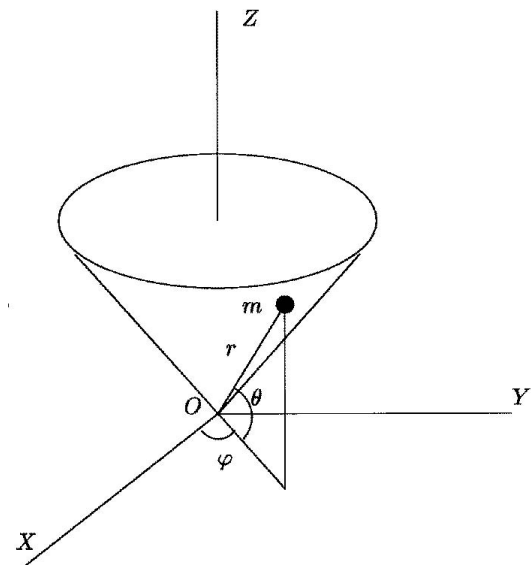
9. Una partícula pesada de masa  $m$  se mueve con ligadura bilateral sobre el cono:

$$x^2 + y^2 = z^2$$

siendo  $z > 0$ . En el instante inicial la partícula se encuentra en  $z = z_0$  con velocidad horizontal  $v_0 = \omega_0 z_0$ .

Empleando coordenadas esféricas, se pide:

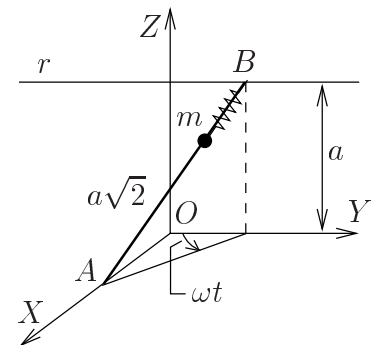
1. Calcular el momento respecto de  $O$  de las fuerzas aplicadas sobre la partícula en un instante genérico, y su proyección sobre el eje  $OZ$ .
2. Calcular el momento cinético de la partícula respecto de  $O$  en un instante genérico, y su proyección sobre el eje  $OZ$ .
3. Expresión de la energía total de la partícula, en un instante genérico.
4. Ecuaciones diferenciales del movimiento.
5. Determinar entre que valores de  $z$  se desarrolla el movimiento.
6. Calcular el valor necesario de  $\omega_0$  para que la trayectoria de la partícula sea una circunferencia.



(Problema puntuable, curso 97/98)

10. Una varilla  $AB$  sin masa y longitud  $a\sqrt{2}$  se mueve de forma que su extremo  $A$  desliza sobre el eje  $OX$  y el otro extremo  $B$  sobre una recta horizontal  $r$  que se encuentra en el plano  $OYZ$  a una altura  $a$ . A su vez, una partícula pesada de masa  $m$  se mueve en todo momento a lo largo de la varilla con ligadura bilateral lisa unida al extremo  $B$  a través de un resorte de constante  $k$  y longitud natural nula.

La varilla tiene un movimiento impuesto tal que en un instante genérico el ángulo entre su proyección horizontal y el eje  $OY$  vale  $\omega t$ , tal y como muestra la figura adjunta.



Se supone que no existe rozamiento entre ninguno de los elementos móviles del sistema, y que la partícula no alcanza ninguno de los dos extremos de la varilla durante el movimiento. Se pide:

1. Ecuación diferencial del movimiento de la partícula relativo a la varilla  $AB$ .
2. Determinar el valor mínimo de  $k$  para que este movimiento sea oscilatorio.
3. Expresión de la reacción de la varilla sobre la partícula en un instante genérico.

(Examen Parcial, curso 00/01)

