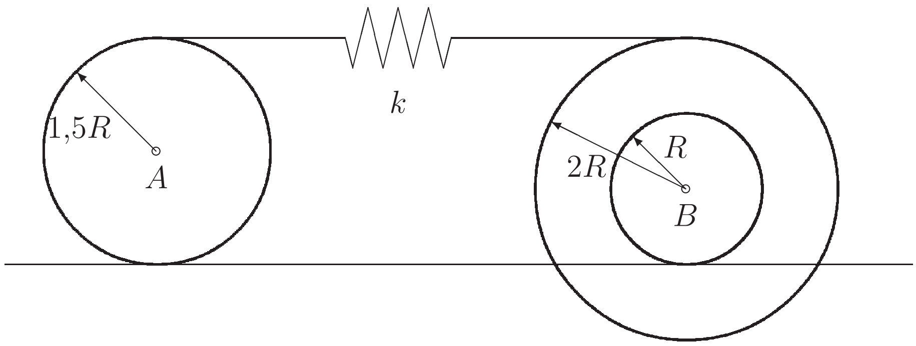
MECÁNICA

Práctica nº 10 curso 2003-2004

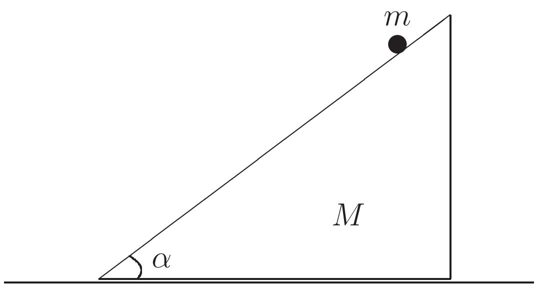
46. Dos poleas A y B pueden rodar sin deslizar sobre una recta horizontal, manteniéndose verticales en todo instante y unidas mediante un hilo sin masa que se enrolla en el perímetro exterior de las mismas, con un resorte lineal de constante k en su centro. La masa de la primera polea es m_A y su radio $1{,}5R$, mientras que la masa de la otra es m_B y su radio exterior $2R$. La rodadura de la polea B sobre la recta se produce mediante un pequeño saliente de forma circular y radio R. Al ser este saliente pequeño, ambas poleas se pueden considerar como discos homogéneos.

Considerando que el hilo se mantiene tenso en todo instante y que es suficientemente largo para que el resorte central no llegue a tocar las poleas, obtener las ecuaciones diferenciales del movimiento del sistema.



(Examen Parcial, 1998)

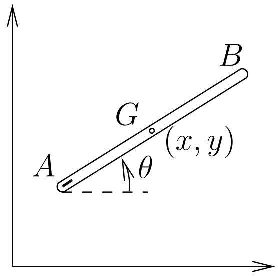
47. Una cuña de masa M y ángulo α reposa sobre un plano horizontal liso. Sobre la cara inclinada de la cuña está situada una partícula de masa m, pudiendo deslizar sin rozamiento sobre la misma. Todo el conjunto está en un plano vertical, sometido a la acción de la gravedad terrestre. Se pide:



a. Ecuaciones de Lagrange del movimiento.

b. Integrales primeras. En el caso de existir coordenadas cíclicas, eliminarlas de las ecuaciones.

c. La partícula se deja partiendo del reposo sobre la cuña, a una altura h sobre el plano horizontal. Calcular el ángulo α necesario para que el tiempo que tarda en llegar abajo sea la mitad que en el caso en que la cuña estuviera pegada al plano sin deslizar, en el caso particular en que $M = m/8$.



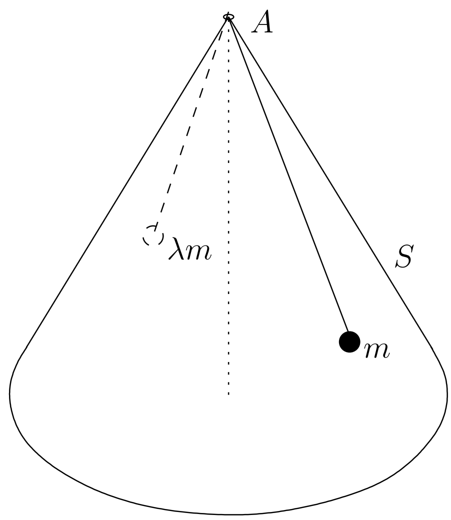
48. Una barra homogénea AB de masa m y longitud l se mueve en un plano horizontal. En el extremo A tiene un apoyo en forma de pequeña cuchilla, que impide el movimiento de dicho punto en dirección perpendicular a la varilla.

Se pide:

1. Expresar la ecuación de ligadura anholónoma.
2. Usando (x, y, θ) como coordenadas, obtener las ecuaciones diferenciales del movimiento. Emplear para ello el formalismo de la dinámica analítica, haciendo uso de la técnica de multiplicadores de Lagrange para eliminar la citada ligadura.
3. Demostrar que el multiplicador de Lagrange λ representa la fuerza transversal de restricción en ese punto.

(1er Examen Parcial y Final, 30 enero 1999)

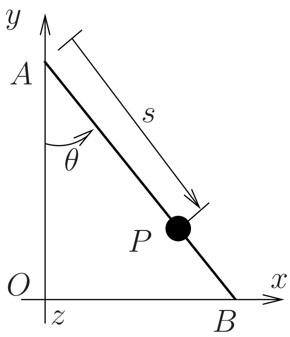
49. Dos partículas, de masas respectivas m y λm, están unidas mediante un hilo inextensible de longitud $2b$. Este hilo pasa por un pequeño agujero existente en el vértice A de una superficie cónica S fija, lisa, de eje vertical y semiángulo α. Mientras m permanece sobre la superficie S por debajo de A con ligadura unilateral lisa, la otra partícula λm pende libremente, permaneciendo en el volumen interior determinado por S. Se pide:



1. Suponiendo que el movimiento comienza con unas condiciones iniciales generales, a) Escoger unos parámetros adecuados para estudiarlo y determinar el n.º de grados de libertad; b) Obtener las integrales primeras que pudiera haber e interpretarlas físicamente; c) Obtener las ecuaciones diferenciales de segundo orden del movimiento.

2. Suponemos ahora que inicialmente λm parte del reposo, a una distancia b en la vertical por debajo de A, y m tiene una velocidad v_0 con el hilo tenso. Encontrar los valores entre los que debe estar comprendido λ así como el valor adecuado de v_0 para que λm permanezca en reposo y m no se separe de S.

(Examen parcial y final, Enero 2001)



50. Una varilla AB de masa m y longitud total l se mueve en un plano vertical de forma que el extremo A desliza sobre la vertical y el extremo B desliza sobre una recta horizontal. Asímismo, una partícula P de masa m puede deslizar libremente sobre la varilla sin abandonarla (ver figura adjunta). No existe rozamiento entre ninguna de las partes móviles. En el instante inicial el sistema parte del reposo con $\theta = 30°$ y $s = 0$.

Se pide, en función de s, θ y sus derivadas:

1. Expresión de la lagrangiana del sistema formado por la varilla y la partícula.

2. Ecuaciones de Lagrange.

3. Integrales primeras del movimiento.

4. Si $\dot{\theta} = \omega$ (cte), calcular mediante la técnica de los multiplicadores de Lagrange la reacción de la varilla sobre la partícula en un instante genérico.

⋆