MECÁNICA

Práctica nº 13 curso 2003-2004

61. Sea un sólido rígido $\mathcal{B}$ con un punto fijo O y un triedro cartesiano $Oxyz$ fijo. Se producen dos rotaciones consecutivas de $\mathcal{B}$, la primera un ángulo α alrededor del eje Oz, y la segunda un ángulo β alrededor del nuevo eje Ox' (resultado del primer giro sobre el eje Ox. Se pide:

1. Obtener la expresión matricial que relaciona las coordenadas de un punto en la configuración final, $(x, y, z)^T$, con las coordenadas iniciales del mismo punto, $(x^o, y^o, z^o)^T$.

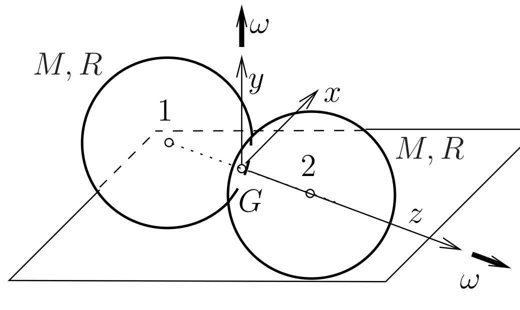
2. Emplear esta expresión para deducir la relación entre las componentes del tensor de inercia en la base $Oxyz$ entre ambas configuraciones.

3. Para el caso en que $\alpha = 90°$ y $\beta = 90°$, calcular el eje $\boldsymbol{p}$ alrededor del cual se puede considerar que ha girado el sólido al moverse desde la configuración inicial a la final, calculando también la magnitud de este giro (φ).

   Comprobar que a partir de $\boldsymbol{p}$ y φ se obtiene la matriz de rotación calculada en el apartado (1) aplicando la fórmula de Rodrigues.

4. Suponiendo $\alpha = \alpha(t)$, $\beta = \beta(t)$ funciones dadas del tiempo, calcular a partir de la matriz de rotación la velocidad angular del sólido, y expresar sus coordenadas tanto en el triedro del cuerpo como en el fijo para unos valores (α, β) genéricos.

62. Un sólido rígido está formado por dos esferas sólidas, de masa M y radio R cada una, tangentes entre sí y pegadas de forma completamente rígida en el punto de tangencia. Se pone en movimiento con las dos esferas apoyadas sobre un plano horizontal liso, con velocidad de rotación de componente ω según la dirección de la recta que une los centros y ω igualmente según la vertical. Se admite en principio que el sólido no báscula, manteniéndose ambas esferas apoyadas sobre el plano.

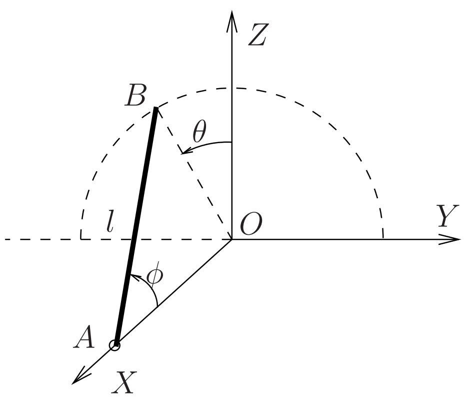


Se pide:

1. expresar el tensor central de inercia en ejes principales;
2. razonar si las componentes de la velocidad de rotación sobre el eje de los centros y el eje vertical deben mantenerse o no constantes;
3. obtener las ecuaciones de Euler de la dinámica;
4. calcular el valor de ω para el que el sólido bascularía, levantándose del plano por una de las esferas, señalando asimismo cuál de las dos sería.

Examen parcial curso 98-99

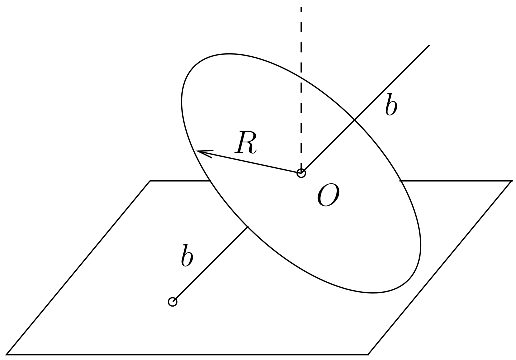
63. Una barra AB de longitud l y masa m tiene su extremo A fijo, mientras que su extremo B se apoya en un plano rugoso vertical OYZ (ver figura adjunta). Se pide:



1. Suponiendo que la barra está deslizando, con un coeficiente de rozamiento dado μ, obtener la ecuación diferencial del movimiento.
2. Calcular el coeficiente de rozamiento μ necesario, en función de la posición, para que la barra se encuentre en equilibrio.

(Examen Febrero, 2000)

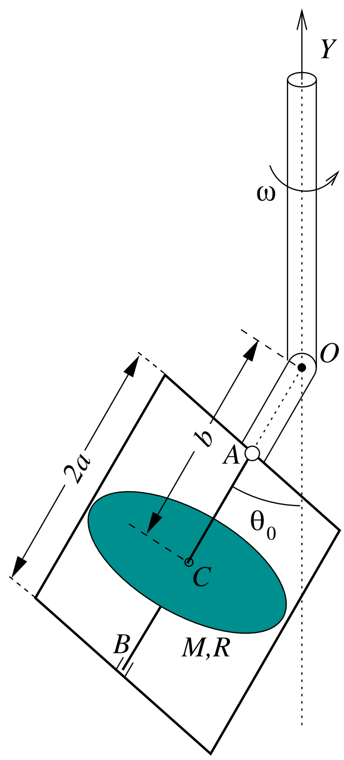
64. Un sólido está formado por un disco homogéneo de espesor despreciable, masa M y radio R, soldado a una varilla rígida sin mas de longitud $2b$ unida ortogonalmente al disco por el centro O de ambos sólidos. la varilla se apoya por un extremo sobre un suelo liso horizontal, sobre el que puede deslizar libremente. Se pide:



1. Ecuaciones diferenciales del movimiento general del sólido, supuesto que no llegue a tocar el borde del disco con el suelo.
2. Integrales primeras del movimiento y su interpretación física.
3. Obtener la expresión del valor de la reacción del suelo, en función exclusivamente de θ y su derivada $\dot{\theta}$.

(Examen Parcial, Curso 00/01)

65. Un giróscopo está formado por un disco circular de masa M y radio R normal a un eje AB de masa despreciable, montado sobre un bastidor en A y B con articulaciones sin rozamiento que permiten el giro libre. El bastidor se halla articulado en un punto O alineado con AB a un árbol vertical OY. A este árbol vertical se le comunica una velocidad de rotación impuesta de valor constante ω, que transmite al bastidor a través de la articulación cilíndrica. (Es decir, esta articulación cilíndrica obliga al eje OAB a moverse dentro del plano vertical móvil que contiene al eje OY y es normal al bulón que materializa el eje de la articulación, permitiendo tan sólo el giro libre dentro de dicho plano vertical.) Las distancias $\overline{AB}$ y $\overline{CO}$ valen $2a$ y b respectivamente. En el instante inicial el eje AB forma un ángulo θ_0 con la vertical descendente y no posee movimiento vertical, mientras que el giróscopo tiene una componente de la velocidad de rotación alrededor de su eje $\omega_{z,0}$.



1. Demostrar que la componente de velocidad de rotación del giróscopo alrededor de su eje de revolución es constante.

2. Calcular las reacciones del bastidor sobre el giróscopo en los puntos A y B, expresándolas en función de los grados de libertad. Deberá considerarse que la articulación en B del giróscopo no restringe el movimiento en dirección axial (AB).

(Examen Febrero, 2004)