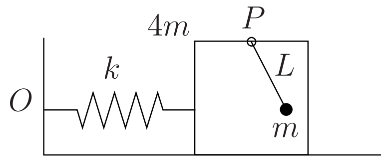
MECÁNICA

Práctica nº 16 — curso 2003-2004

76. Un péndulo simple, constituido por una masa m que cuelga de un hilo sin masa de longitud L, está suspendido de un punto P de una caja hueca de masa $4m$. La caja, a su vez, está unida a un punto fijo O a través de un resorte de constante k, y se mueve en todo momento sobre una recta horizontal fija y lisa.



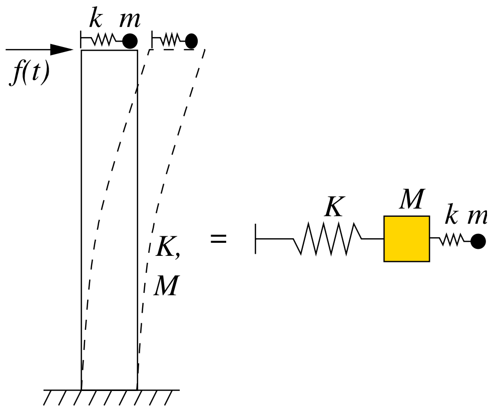
Se pide:

1. Obtener las matrices de masa y rigidez, correspondientes a los pequeños movimientos alrededor de la posición de equilibrio estable, directamente a partir de las expresiones de la energía cinética T y el potencial de las fuerzas activas V en una posición genérica;

2. Obtener las mismas matrices linealizando las correspondientes ecuaciones de Lagrange para pequeñas oscilaciones;

3. Obtener las frecuencias propias de oscilación y las coordenadas normales para el caso $k/m = 6g/L$.

77. Una torre de gran altura manifiesta cierta flexibilidad frente a las acciones del viento, pudiendo considerarse equivalente a una masa puntual M con un resorte horizontal de rigidez K. Para reducir las oscilaciones se instala en el nivel superior de la torre un oscilador armónico horizontal de masa $m = \epsilon M$ y rigidez $k = \epsilon K$. Se pide:



1. Ecuaciones diferenciales del movimiento del sistema, suponiendo pequeñas oscilaciones, así como las matrices de masa y rigidez.

2. Frecuencias propias del sistema, dejándolas expresadas en función de $\omega_0^2 = K/M = k/m$, tomando el valor $\epsilon = 1/10$.

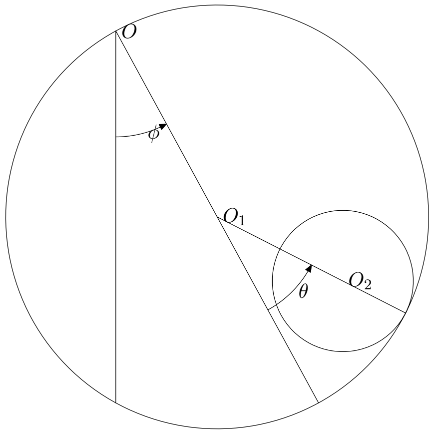
3. Modos normales de vibración así como la expresión que relaciona las coordenadas normales con las coordenadas geométricas inicialmente consideradas.

4. La acción del viento se puede suponer como una fuerza horizontal armónica $f(t) = b \operatorname{sen} \Omega t$. Obtener la solución para las amplitudes modales (coordenadas normales) en el régimen permanente (suponiendo un pequeño amortiguamiento inevitable). Particularizar para el caso concreto $\Omega = \omega_0$ y discutir

la diferencia entre la respuesta de la torre con y sin el oscilador armónico instalado.

(Examen parcial, curso 2003)

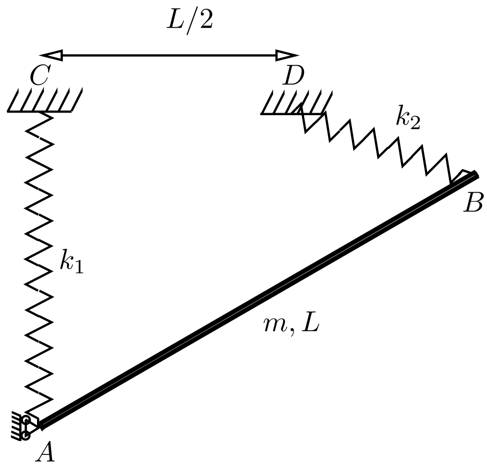
78. Un aro de masa m y radio R puede oscilar en un plano vertical en torno a un punto O de su perímetro que está fijo. A su vez, otro aro de masa m y radio $r = R/3$ rueda sin deslizar dentro del primero.
Se pide



1. Ecuaciones del movimiento
2. Para pequeñas oscilaciones alrededor de la posición de equilibrio estable:
   a) ecuaciones del movimiento linealizadas
   b) frecuencias propias
   c) modos normales de vibración

(Examen parcial, curso 96/97)

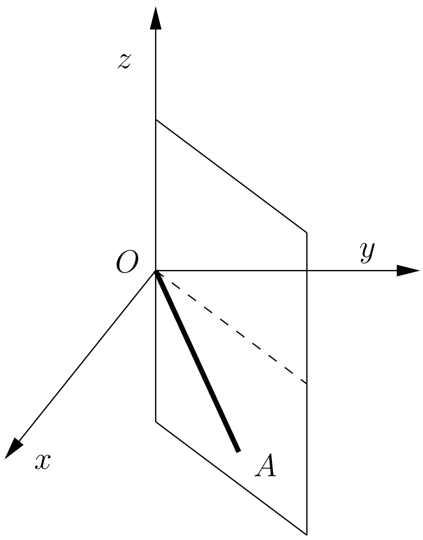
79. Se considera el sistema mecánico de la figura, formado por una varilla pesada de masa m y longitud L, unida por sus extremos A y B a dos muelles de longitud natural nula y constantes elásticas k_1 y k_2 respectivamente. A su vez los muelles están unidos a sendos puntos fijos C y D situados a la misma altura y separados $L/2$. El extremo A está obligado a moverse únicamente sobre la recta vertical bajo C, mientras que la varilla permanece en todo instante en el plano vertical fijo que contiene a CD. Para el caso en que $k_2 = 2k_1$ se pide:



1. Valor de k_1 para que la posición en la que la varilla forma 60° con la horizontal, estando B por encima de A, sea de equilibrio.
2. Ecuaciones diferenciales del movimiento.
3. Para las pequeñas oscilaciones en torno a la posición de equilibrio determinada en el primer apartado:
   a) Ecuaciones diferenciales del movimiento linealizadas
   b) Frecuencias propias

c) Expresión de las coordenadas normales en función de los grados de libertad considerados.

(Examen parcial, curso 2002-03)



80. Un rectángulo en posición vertical puede girar alrededor de uno de sus lados verticales (eje Oz). Su momento de inercia respecto al eje Oz es I. Una barra homogénea OA de longitud $2a$ y masa m está articulada en el punto fijo O y está obligada a permanecer en el rectángulo. Sobre el sistema actúa el campo gravitatorio simplificado. Se pide:

1. Calcular el potencial y la energía cinética del sistema.
2. Ecuaciones diferenciales del movimiento.
3. Si se impone una velocidad de giro constante (ω_0) del rectángulo respecto de su eje,
   a) Calcular la ecuación diferencial del movimiento;
   b) Encontrar las posiciones de equilibrio relativo de la barra.;
   c) Estudiar las pequeñas oscilaciones de la barra respecto de las posiciones de equilibrio relativo;
   d) Estudiar la estabilidad de las posiciones de equilibrio.

(Examen final, curso 97/98)

⋆