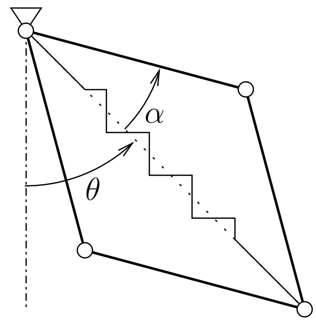
MECÁNICA

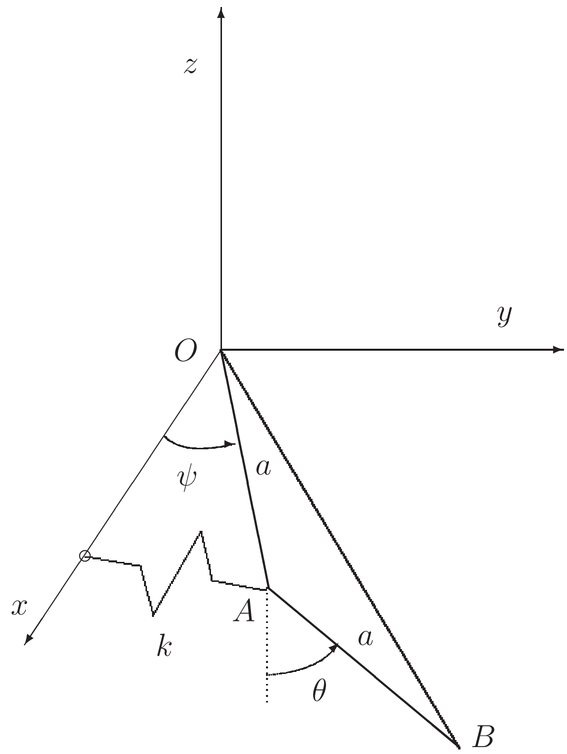
Práctica nº 17 curso 2003-2004



81. El dispositivo de la figura adjunta está formado por cuatro barras pesadas articuladas entre sí, de longitud a y masa m cada una, de forma que están contenidas en un mismo plano vertical. El conjunto se halla sujeto por uno de sus vértices a un punto fijo. Asimismo, en la diagonal entre este vértice de anclaje y el opuesto se sitúa un resorte lineal de longitud natural $l_0 = a/2$ y constante k. El valor de $k = 4mg/a$ es tal que el sistema está en equilibrio estable con el eje del resorte vertical y $\alpha = 60°$. Se pide:

1. Desarrollar la expresión de la energía cinética del sistema, demostrando que vale $T = \dfrac{5}{3}ma^2(\dot{\theta}^2 + \dot{\alpha}^2) + ma^2(\dot{\theta}^2 - \dot{\alpha}^2)\cos 2\alpha$
2. Obtener las ecuaciones diferenciales de la dinámica.
3. Suponiendo que el movimiento consiste en pequeñas oscilaciones alrededor de la posición de equlibrio estable, linealizar las ecuaciones del movimiento.
4. Calcular los modos normales de vibración y las frecuencias propias.

(Examen Parcial, Curso 00/01)



82. Una placa homogénea pesada tiene forma de triángulo rectángulo isósceles con masa m y lados $OA = AB = a$. El vértice O está fijo mientras que el A está obligado a permanecer en el plano horizontal Oxy mediante una ligadura lisa. Entre el vértice A y el punto $(a, 0, 0)$ existe además un resorte lineal, de constante k y longitud natural nula. Se pide:

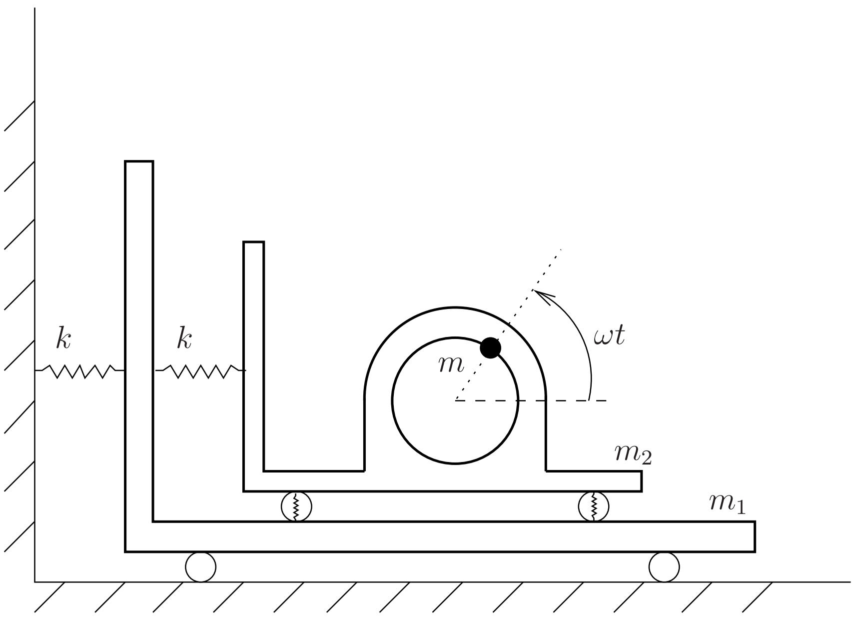
1. Ecuaciones diferenciales del movimiento.
2. Para pequeñas oscilaciones alrededor de la posición de equilibrio estable, y considerando el valor de la rigidez del muelle $k = mg/a$,
   a) Ecuaciones del movimiento linealizadas
   b) Frecuencias propias del movimiento
   c) Modos normales de vibración

(Examen Parcial, Curso 95/96)

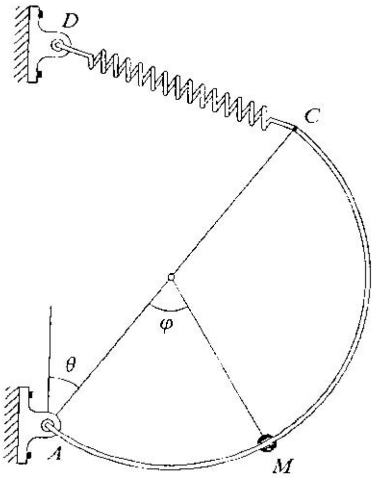
83. Un motor gira con una velocidad constante ω. Su eje lleva una excéntrica cuyo efecto dinámico equivale al de una masa puntual m situada a una distancia e del eje de giro. El motor está fijo a un carretón de masa m_2 (incluida la masa del motor pero no la de la excéntrica). Éste puede deslizar horizontalmente respecto de un segundo carretón de masa m_1, que a su vez desliza sobre una recta horizontal fija (ver figura). Entre los dos carretones, así como entre el carretón inferior y una pared vertical fija, hay sendos resortes iguales de elongación horizontal y constante elástica k. Se considera que el desplazamiento vertical del carretón superior no es nulo, y que no existe rozamiento en ninguna de las superficies.
Se pide:

1. Ecuaciones de Lagrange del sistema.
2. Frecuencias propias.
3. Modos normales de vibración (vectores propios).
4. Expresión de las coordenadas normales.
5. Suponiendo que se alcanza el régimen permanente (por la existencia de un pequeño amortiguamiento inevitable), obtener la expresión del movimiento resultante.

Nota: Particularizar para los siguientes valores numéricos: $\omega = 900$ rpm, $m = 40$ kg., $m_2 = 5000$ kg., $m_1 = 8000$ kg., $k = 8000$ N/m y los muelles verticales tienen una constante elástica $k_v = 500000$ N/m., $e = 0,1$ m.

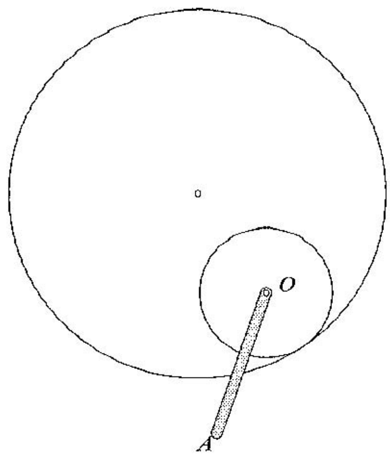


84. El sistema material de la figura, contenido en un plano vertical, está constituido por un semiaro circular, homogéneo y pesado, de masa m y radio a, uno de cuyos extremos A está articulado en un punto fijo, mientras que su otro extremo C está unido mediante un muelle de longitud natural nula y constante $k_m g/2a$, dirigido al punto fijo D situado en la vertical de A y a una distancia $AD = 2a$ del punto fijo A.
Sobre el semiaro puede deslizar sin rozamiento una partícula material pesada M de la misma masa m que aquél. Se pide:



1. Determinar la energía cinética del sistema.
2. Determinar la función de fuerzas de la que derivan las fuerzas directamente aplicadas.
3. Plantear las ecuaciones que determinan el movimiento del sistema.
4. Determinar las posiciones de equilibrio del sistema.
5. Estudiar los pequeños movimientos del sistema alrededor de la posición de equilibrio estable.

85. Un cilindro circular recto homogéneo de masa M, radio r y longitud l, rueda apoyándose a lo largo de una generatriz sobre la parte interior de una superficie cilíndrica fija de radio R y eje horizontal.
En el extremo O del eje del cilindro móvil está articulada una varilla OA recta, homogénea, de masa m y longitud $2a$ que puede moverse, girando alrededor de O, en el plano vertical perpendicular en O al eje del cilindro.
Estudiar los pequeños movcimientos de este sistema alrededor de su posición de equilibrio estable.
Para el cálculo de las frecuencias supóngase $M = 2m$ y $a = R - r$.



⋆