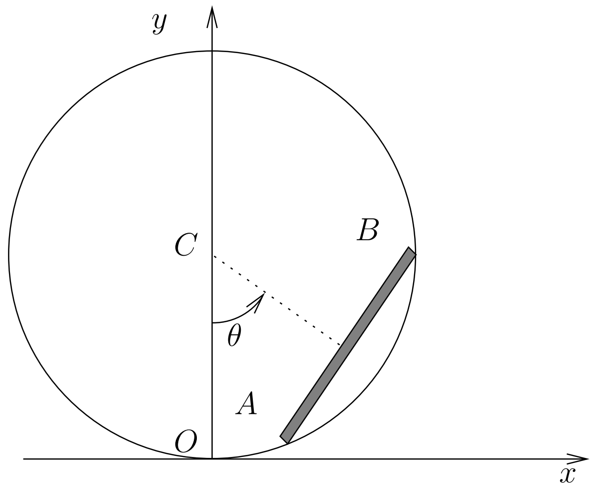
MECÁNICA

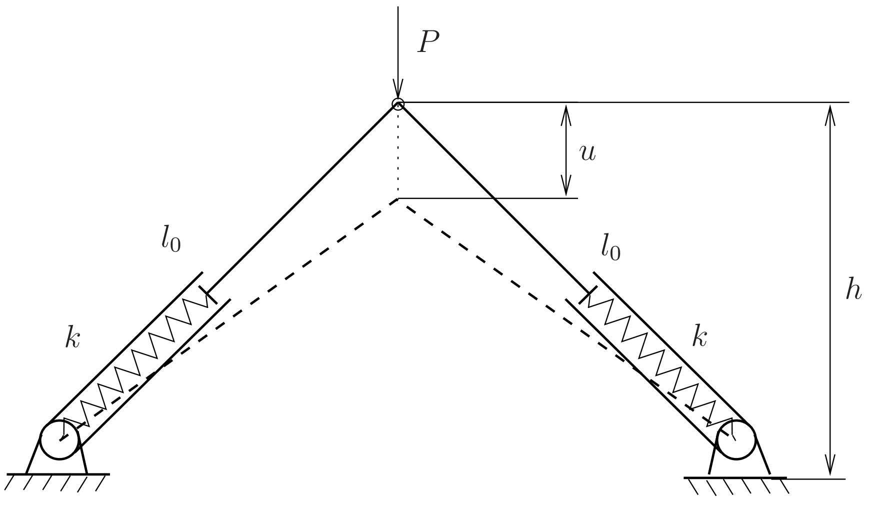
Práctica nº 19 curso 2003-2004



91. Sobre un plano vertical se dispone de una varilla homogénea y pesada de masa m y longitud a. Dicha varilla puede moverse sin rozamiento sobre una circunferencia fija, de radio a, de forma que sus extremos A y B están situados en todo instante sobre puntos de dicha circunferencia, como se indica en la figura.
Además del peso, sobre la varilla actúa sobre cada partícula de la misma, una fuerza repulsiva del eje Oy proporcional al producto de la masa de cada partícula por su distancia al eje, siendo ω^2 la constante de proporcionalidad.
Se pide:

1. Calcular todas las posibles posiciones de equilibrio y analizar su dependencia con el valor ω^2.
2. Determinar ω^2 para que $\theta = 60°$ sea posición de equilibrio.
3. Reacciones en A y B para la anterior posición de equilibrio.
4. Discutir la estabilidad de la posición de equilibrio $\theta = 0°$.

(Problema puntuable, curso 98-99)



92. El pórtico triarticulado simétrico de la figura está formado por dos barras telescópicas elásticas de masa despreciable de tal forma que cada una de ellas se mantiene recta y tiene insertado un resorte lineal de constante elástica k. La longitud natural de cada barra es l_0 y la altura del pórtico en esta configuración descargada es h. Sobre el vértice central del pórtico se aplica una carga vertical constante de valor P.

Se pide:

1. Obtener la expresión exacta de la energía potencial del sistema para una posición genérica definida por u (desplazamiento vertical del vértice central del pórtico).

2. Obtener una expresión aproximada de la longitud deformada de cada barra $l(u)$ empleando la aproximación de la raíz cuadrada

$$l(u) = \sqrt{l_0^2 + \varepsilon(u)} \simeq l_0 + \frac{\varepsilon(u)}{2l_0}$$

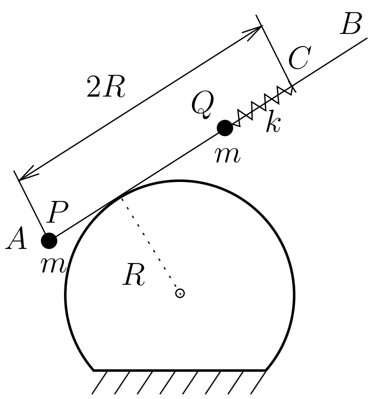
siendo $\varepsilon(u)$ un término función de u que deberá determinarse y que puede suponerse pequeño en relación a l_0. Utilizar esta expresión aproximada $l(u)$ para obtener una expresión aproximada del potencial del sistema.

3. Empleando la expresión aproximada del potencial, obtener la carga de equilibrio $P(u)$ como función del desplazamiento genérico u.

4. Valor máximo que puede tomar la carga P para que el pórtico permanezca en equilibrio estable. Particularizar para los valores numéricos $l_0 = 2$ m, $h = l_0/10$, $k = 10^7$ N/m.

(Examen Final, curso 96-97)

93. Una varilla sin masa AB puede moverse en un plano vertical manteniéndose tangente a una circunferencia fija de radio R, sobre la que rueda sin deslizar. El extremo A de la varilla tiene soldada una partícula P de masa m, y existe otra partícula Q de masa m que puede deslizar sin rozamiento ensartada en la varilla. Cuando la varilla está horizontal, su punto de tangencia está a una distancia R de A. Entre la partícula Q y el punto C de la varilla, que dista $2R$ del extremo A, existe un resorte de constante elástica k y longitud natural nula. Se supone que la varilla es lo suficientemente larga como para que la partícula Q no la abandone nunca, y que ni las partículas ni el resorte interfieren a la rodadura de la varilla.Se pide:



1. Ecuaciones dinámicas generales del movimiento.

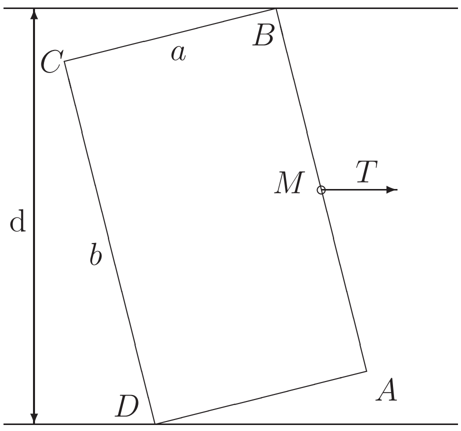
2. Determinar las posiciones de equilibrio para el caso en que $k > \frac{mg}{2R}$, y demostrar que sólo una de ellas es estable.

3. Demostrar que si $k < \frac{mg}{2R}$ la posición de equilibrio estable obtenida en el apartado 2 es en este caso inestable. Comprobar además que en este caso existe una nueva posición de equilibrio, expresando la ecuación que permitiría su cálculo.

4. Estudiar las pequeñas oscilaciones alrededor de la posición de equilibrio estable que resulta con $k = \frac{mg}{R}$, calculando las frecuencias propias y los modos normales de vibración.

(Examen parcial y final, curso 98-99)

94. Un cajón rectangular $ABCD$, de ancho $AB = b$ y profundidad $AD = a$, está insertado entre dos paneles paralelos que distan entre sí $\mathrm{d} > b$. Al extraer el cajón mediante un esfuerzo T paralelo a los paneles sobre la manilla M (sita en el punto medio de AB), inevitablemente se ladea, deslizando sobre los paneles laterales mediante dos esquinas diagonalmente opuestas (D, B) o (A, C).



Se pide:

1. Máximo valor del coeficiente de rozamiento $\mu_{\max}$ entre cajón y paneles para que aquél no quede bloqueado, expresado en función de (a, b, d).

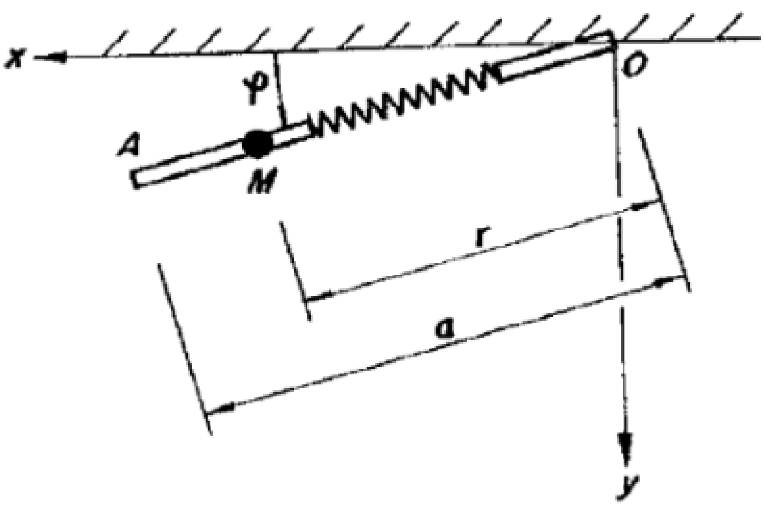
2. Igual cuestión para el caso límite en que el huelgo del cajón $\epsilon = \mathrm{d} - b$ es despreciable frente a las otras dimensiones ($\epsilon \ll b$, $\epsilon \ll a$), expresado en función de (a, b).

(Examen final, curso 95-96)

95. El sistema material de la figura está constituido por:

a. Una varilla OA sin peso, de longitud a articulada en O y de masa m.

b. Un punto material pesado M de masa m que puede moverse sobre la varilla sin rozamiento.



El punto material está unido al origen O mediante un muelle de longitud natural cero y constante k_1.

Sobre los elementos infinitesimales de la varilla actúan fuerzas atractivas desde el eje Ox proporcionales al producto de la masa de cada partícula por el cuadrado de su distancia al eje, siendo la constante de proporcionalidad k_2.

El movimiento se supone impedido en la parte negativa del eje Oy. Se pide:

1. Plantear las ecuaciones de equilibrio del sistema.

2. Determinar todas las posiciones de equilibrio en la hipótesis

$$k_1 = \frac{8mg}{a} \qquad \text{y} \qquad k_2 = \frac{g}{a^2}$$

3. Calcular la acción de la varilla OA sobre M en las posiciones de equilibrio $0 < \varphi < \pi/2$.

4. Determinar k_1 y k_2 para la posición $r = \dfrac{a}{2}$, $\varphi = 45^\circ$ sea de equilibrio.

———————————— ⋆ ————————————