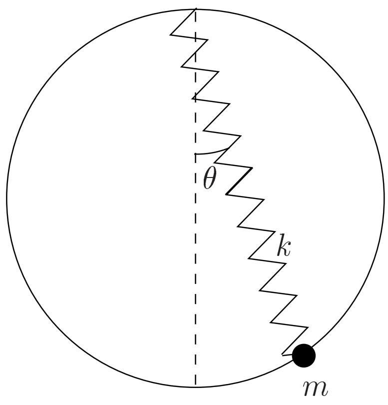
MECÁNICA

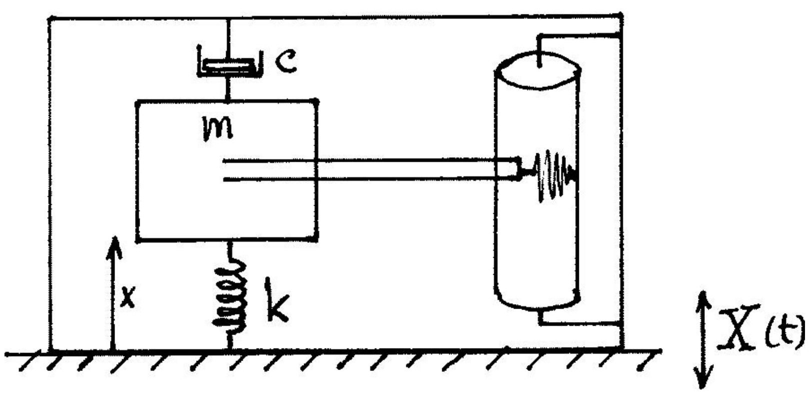
Práctica nº 3 curso 2003-2004

11. Una masa puntual m desliza con enlace bilateral sobre una circunferencia lisa de radio R situada en un plano vertical fijo. La partícula está unida al punto más alto de la circunferencia mediante un resorte de constante k y longitud natural l_0. Se pide:

1. Ecuación diferencial del movimiento.
2. Linealizar la ecuación obtenida en el apartado anterior suponiendo pequeñas oscilaciones en torno a la posición en que la partícula está en el punto más bajo.
3. Discutir la naturaleza del movimiento en función de los valores de de k, m, l_0 y R
4. Ecuación horaria del movimiento para los valores $l_0 = a$, $R = l/2$, $k = mg/b$ y $l = a + b$.



12. El aparato cuyo esquema se representa en la figura es un sismógrafo.



Se pide:

a. Escribir la ecuación diferencial que permite calcular el desplazamiento relativo x, cuando la caja está animada de un movimiento vertical armónico $X(t) = R \operatorname{sen} \Omega t$.

b. Integrar esta ecuación diferencial. Demostrar que las oscilaciones libres se amortiguan rápidamente. Tomando sólo en cuenta las oscilaciones forzadas debidas al movimiento de pulsación Ω, calcular la relación r/R en función de Ω/ω_0. Se denomina r a la amplitud del movimiento relativo $x(t)$, R a la amplitud del movimiento forzado $X(t)$ y ω_0 a la pulsación del movimiento libre no amortiguado.

c. Demostrar que la medida de la amplitud r del movimiento relativo permite determinar: o bien la amplitud R del movimiento forzado, si Ω es muy grande con relación a ω_0; o bien la aceleración máxima $\Omega^2 R$ del movimiento forzado, si Ω es muy pequeño en relación a ω_0.

13. En un estanque hay una boya que se puede representar como un cilindro de masa m y radio R. Cuando el agua del estanque, cuya densidad es ρ, está en reposo, la boya está en equilibrio estable con el eje de revolución vertical. Se generan olas en el estanque de tal manera que la sobreelevación de la superficie libre respecto de la posición en reposo es:

$$\mathrm{d} = \mathrm{d}_0 \operatorname{sen} \omega t$$

Se supone que el radio del cilindro es mucho menor que la longitud de la ola. Se pide:

1. Ecuación diferencial del movimiento de la boya.

2. Frecuencia propia y ecuaciones horarias del movimiento de la boya, suponiendo que en el instante inicial está en reposo.

3. Suponiendo que existe un pequeño amortiguamiento inevitable, obtener la amplitud de régimen permanente del movimiento de la boya en el caso particular en que $m = 10\,\mathrm{kg}$, $\rho = 1025\,\mathrm{kg/m^3}$ y $\mathrm{d} = 0{,}1 \operatorname{sen} 2t$ (en metros).

14. El comportamiento dinámico de una estructura de antena de televisión puede estudiarse en primera aproximación como un sistema de 1 gdl de masa M y rigidez k frente a desplazamientos horizontales x. Se pretende estudiar la respuesta dinámica frente a una explosión. La carga asociada a la misma se caracteriza mediante una función lineal del tiempo de valor P_0 en el instante inicial y valor nulo en el instante t_1.

Se pide:

1. Desplazamiento horizontal de la torre a lo largo del tiempo en función de P_0 y t_1/T, siendo $T = 2\pi/\omega_0$ el período propio de la estructura.

2. Estudiar en qué instante tiene lugar el desplazamiento máximo (x_{max}) de la estructura.

3. Valor máximo del esfuerzo cortante desarrollado por la estructura ($F_{max} = kx_{max}$) para dos casos distintos, $t_1 = 0{,}05\,\mathrm{s}$ y $t_1 = 0{,}005\,\mathrm{s}$, siendo $M = 600\,000\,\mathrm{kg}$, $k = 4\dot{1}0^6$ kN/m y $P_0 = 10^4$ kN.

15. Un oscilador lineal está formado por una masa m obligada a moverse sobre una recta horizontal lisa, un amortiguador viscoso de constante c y un resorte de constante k y longitud natural nula. Sobre la masa m actúa una fuerza $f(t) = q \operatorname{sen} \Omega t$. Se pide:

1. Ecuación diferencial del movimiento

2. Solución general para unas condiciones iniciales arbitrarias.

3. Expresión de la frecuencia de resonancia y de la amplitud de resonancia.

4. Representar las curvas que relacionan el valor de la amplitud con la frecuencia de la fuerza exterior por los valores de la fracción de amortiguamiento crítico $\xi = 0$, $\xi = 5\,\%$, $\xi = 20\,\%$, $\xi = 50\,\%$, $\xi = 70\,\%$ y $\xi = 100\,\%$.

5. Para los valores numéricos $m = 400\,\mathrm{kg}$, $c = 368,413\,\mathrm{N.s/m}$, $k = 10^5\,\mathrm{N/m}$, $q = 3158,2734\,\mathrm{N}$ y $\Omega = 4\,\mathrm{m}$, y los dos conjuntos de condiciones iniciales siguientes:

   a. Alargamiento del muelle de $0,08$ y masa en reposo.
   b. Alargamiento nulo del muelle y masa con velocidad $v_0 = 1$ m/s.

   Obtener las ecuaciones horarias del movimiento y su representación gráfica, comprobando que el régimen permanente no depende de las condiciones iniciales.

NOTA: Ejrcicio que se resolverá en las prácticas del Seminario de Mecánica Computacional

———————— ⋆ ————————