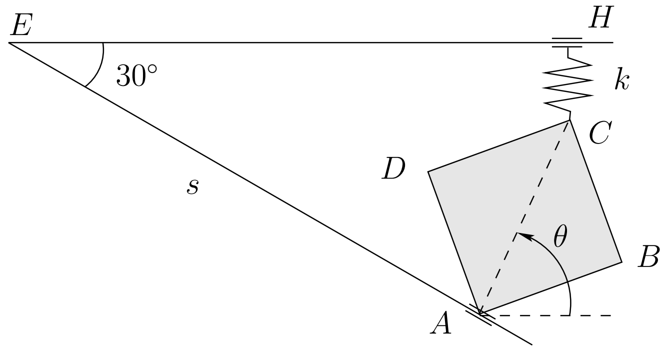
MECÁNICA

Práctica n.º 16

curso 2004-2005



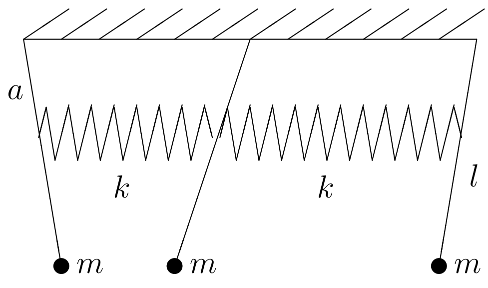
76. Una placa cuadrada $ABCD$ de masa m y lado l está contenida en un plano vertical, de forma que el vértice A puede deslizar sobre una guía lisa inclinada 30°, y el vértice opuesto C está unido mediante un resorte a una deslizadera que a su vez se mueve libremente sobre una recta horizontal lisa. El resorte tiene longitud natural nula y constante elástica $k = (\sqrt{2}/3)mg/l$.

Se pide:

1. Obtener todas las posibles configuraciones de equilibrio;
2. Suponiendo ahora que el sistema está en movimiento, ecuaciones diferenciales de la dinámica;
3. Admitiendo además que el movimiento produce pequeñas oscilaciones alrededor de la posición de equilibrio estable, linealizar las ecuaciones del movimiento (se recomienda tomar como coordenadas las relativas a dicha posición de equilibrio);
4. Frecuencias propias de las pequeñas oscilaciones;
5. Modos normales de vibración;
6. Expresión de las coordenadas normales en función de las coordenadas "geométricas".
7. Integrar las ecuaciones en coordenadas normales para las condiciones iniciales $s(0) = s_0$, $\theta(0) = \theta_0$, $\dot{s}(0) = 0$, $\dot{\theta}(0) = \omega_0$, siendo (s_0, θ_0) las coordenadas en la posición de equilibrio estable.

Examen Parcial, 8/06/1998

⋆



77. Un conjunto de 3 péndulos simples iguales, de longitud l y masa puntual m cada uno, oscilan en un plano vertical. Se hallan sujetos entre sí por 2 resortes iguales de constante k cada uno, en dirección horizontal y a una altura a por debajo del punto de suspensión, de forma que en la posición de equilibrio no ejercen fuerza alguna.

Se pide:

a. Ecuaciones del movimiento y su linealización para pequeñas oscilaciones.

b. Frecuencias y modos propios de vibración del sistema.

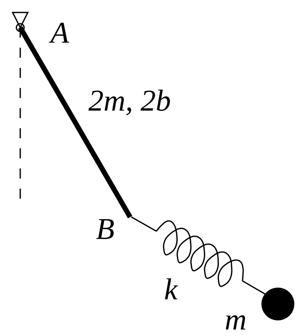
c. Expresión de las coordenadas normales.

d. Integración de las ecuaciones para las condiciones iniciales siguentes:

$$\begin{aligned}(\theta_1)_0 = &\quad (\theta_2)_0 = (\theta_3)_0 = 0\\ (\dot\theta_1)_0 = &\quad 2; (\dot\theta_2)_0 = 1; (\dot\theta_3)_0 = 0\end{aligned}$$

⋆

78. Una partícula de masa m está unida al extremo de un hilo elástico, de longitud natural b y constante $k = 3mg/b$, cuyo otro extremo va unido al extremo B de una barra homogénea AB, de masa $2m$ y longitud $2b$, cuyo extremo A está fijo. El conjunto puede moverse en un plano vertical.



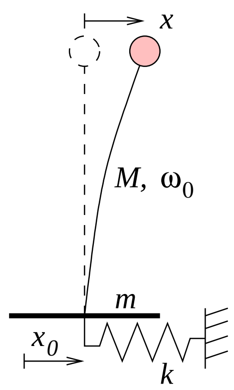
Se pide:

1. Ecuaciones generales de la dinámica del sistema y su linealización para pequeñas oscilaciones alrededor de la posición de equilibrio estable.
2. Frecuencias propias del sistema y modos normales de vibración.
3. Expresión de las coordenadas normales.

Examen Final, 6/09/2004)

⋆

79. Se desea estudiar la respuesta dinámica de una estructura sometida a una excitación sísmica horizontal. Se admite la simplificación de asimilar la estructura a un sistema de un sólo grado de libertad, de masa M y frecuencia natural ω_0. La acción sísmica horizontal considerada es una aceleración impuesta de valor $a_x(t) = a_b \operatorname{sen}(\Omega t)$. Con objeto de reducir los esfuerzos dinámicos debidos al sismo se instala un sistema de aislamiento sísmico bajo la losa de base de la estructura (de masa m), consistente en bloques de elastómero reforzados, que permiten el movimiento horizontal con una rigidez lineal k.

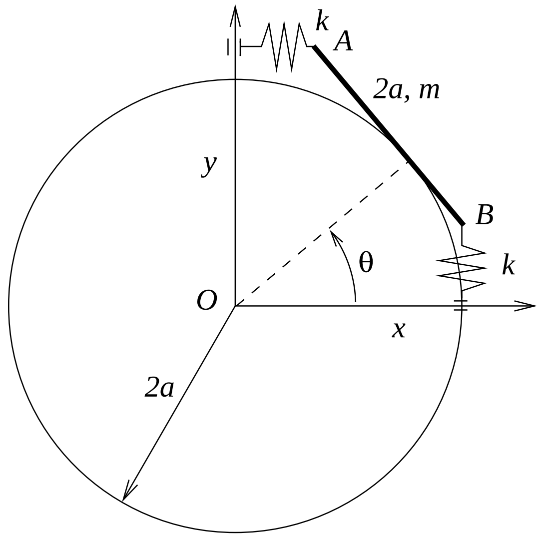


Se pide:

1. Obtener las ecuaciones diferenciales del movimiento en función de las coordenadas x (desplazamiento estructural relativo a la losa de base) y x_0 (desplazamiento de la losa respecto al terreno).
2. Considerando los valores $m = M/10, k = M\omega_0^2/20$, obtener las frecuencias propias y los modos normales de vibración. Comprobar que uno de los modos corresponde a un movimiento casi rígido de la estructura sobre el aislamiento y en el otro el desplazamiento absoluto de la estructura es casi nulo.
3. Considerando los valores $\Omega = 1{,}1\omega_0, a_b = 0{,}3g$, obtener la respuesta máxima en régimen permanente de cada uno de los modos normales, considerando un pequeño amortiguamiento inevitable. Discutir la participación de cada modo en la respuesta conjunta.
4. A partir del resultado anterior, obtener el máximo esfuerzo horizontal transmitido por la estructura a la losa de base de la misma. Comparar con el esfuerzo que se obtendría de no existir aislamiento en la base comprobando la reducción de esfuerzos.

⋆

80. Una varilla homogénea AB, de masa m y longitud $2a$, está contenida en el plano horizontal Oxy, y permanece en contacto sobre el borde de un disco de radio $2a$ y centro en O sin rozamiento, como se indica en la figura. El extremo A de la varilla se une a un resorte de longitud natural nula y constante k que se mantiene paralelo al eje Ox, y el extremo B de la varilla se une a otro resorte igual que se mantiene paralelo a Oy. El disco no estorba a estos resortes.



Se pide:

1. Estudiar el movimiento general de la varilla, obteniendo las ecuaciones diferenciales del movimiento.

2. Estudiar las pequeñas oscilaciones alrededor de la posición $\theta = \pi/4$, supuesta de equilibrio estable. Obtener las frecuencias naturales y los modos normales de vibración.

3. Calcular las posibles posiciones de equilibrio y estudiar su estabilidad, comprobando la posición anteriormente dada.

Examen Parcial, 12/06/2004)