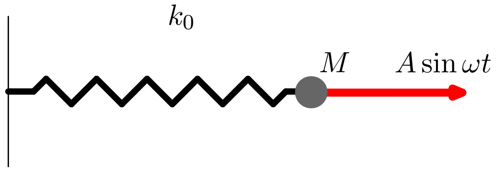
MECÁNICA

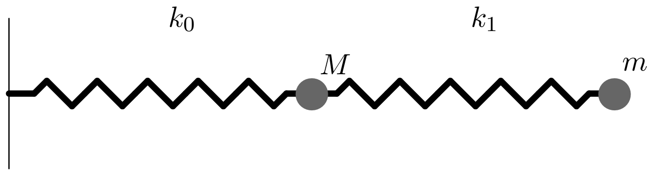
Práctica n.º 17

curso 2004-2005

81. Se dispone de un muelle de constante k_0 unido a una masa de valor M sobre la que se aplica una fuerza de valor $A\sin(\omega t)$ tal que el sistema entra en resonancia.

Se desea eliminar la resonancia añadiendo en serie una nueva masa (m) unida con un muelle (k_1).



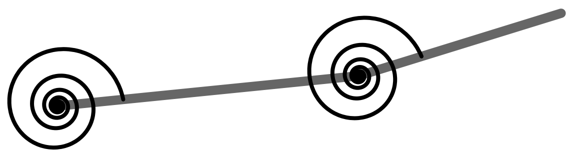


Considerando que existe un pequeño amortiguamiento inevitable y que se alcanza el régimen permanente, se pide:

1. Valores de k_1 y m para minimizar el movimiento de M. Interpretación física del resultado.
2. Valores de k_1 y m que minimizen el movimiento de M y que limiten el movimiento de la masa añadida a $\frac{A}{k_0}$.

---

82. Se desea calibrar un sistema formado por dos varillas y dos muelles rotacionales, estando las varillas alineadas y unidas mediante uno de los muelles y estando el otro muelle en uno de los extremos. El muelle del extremo sirve para fijar el sistema y la suma de las longitudes de las varillas debe ser l.



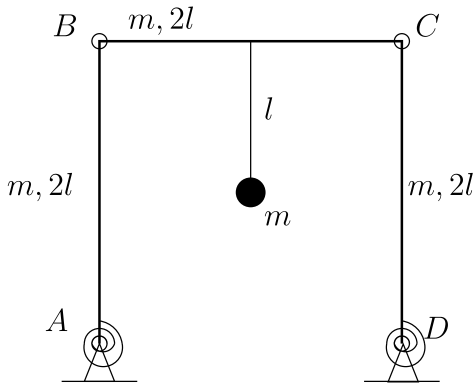
Se pide

1. Valores de las constantes de los resortes, y longitudes de las varillas de modo que la matriz de rigidez que se obtenga utilizando como grados de libertad el desplazamiento y el giro del extremo libre para pequeñas oscilaciones sea:

$$\begin{pmatrix} 12\frac{EI}{l^3} & -6\frac{EI}{l^2} \\ -6\frac{EI}{l^2} & 4\frac{EI}{l} \end{pmatrix}$$

---

83. El marco $ABCD$ de la figura está constituido por tres barras iguales, articuladas en sus extremos, de masa m y longitud $2l$. En los extremos fijos A y D están dispuestos sendos muelles de torsión que ofrecen un momento resistente proporcional al ángulo girado, siendo k el valor de la constante de proporcionalidad, mientras que los extremos B y C permiten el giro libre. Asimismo del punto medio de la barra BC cuelga un péndulo simple, formado por una varilla sin masa de longitud l y una masa puntual m en el extremo libre.



Se pide:

1. Ecuaciones diferenciales del movimiento.

2. Linealización de las ecuaciones para pequeñas oscilaciones alrededor de la posición de equilibrio de la figura. Calcular el valor mínimo de la constante k para que dicho equilibrio sea estable.

3. Para el caso en que la constante k valga el doble del valor calculado en el apartado anterior, obtener las frecuencias propias de las pequeñas oscilaciones.

Examen Parcial, 9/06/1997

⋆

84. Sea H una Hamiltoniana de un sistema que tiene la forma

$$H = H(f(q_1, p_1),\, q_2,\, p_2, \ldots)$$

Se pide:

1. Demostrar que $f(q_1, p_1)$ es una constante del movimiento.

2. Hallar las constantes del movimiento de una partícula de masa m sometida al potencial $V = \boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{r}/r^3$, siendo $\boldsymbol{a}$ un vector constante.

⋆

85. Se monta un cilindro uniforme de radio a y densidad ρ de manera que puede girar libremente alrededor de un eje vertical. Sobre su superficie lateral está fija rígidamente una pista helicoidal de paso p a lo largo de la cual puede deslizar sin rozamiento un punto material de masa m. Supongamos que una partícula parte del reposo en la parte superior del cilindro y desliza bajo la influencia de la gravedad. Deducir la Hamiltoniana del sistema y estudiar el movimiento del mismo.

⋆