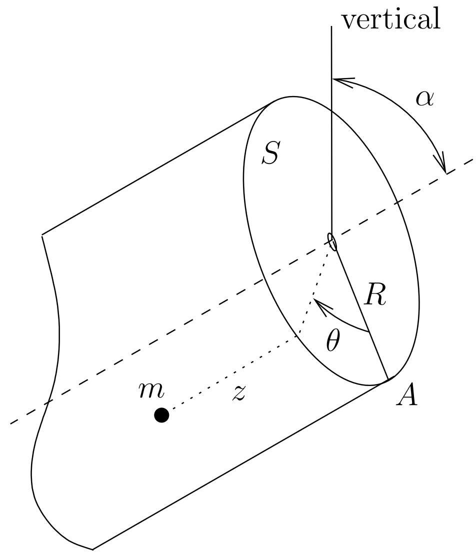
# MECÁNICA

## Práctica nº 2 curso 2004-2005




**6.** Una partícula pesada de masa $m$ se mueve sin rozamiento con ligadura bilateral sobre una superficie cilíndrica de revolución de radio $R$ cuyo eje forma un ángulo $\alpha$ con la vertical.
Para fijar la posición de la partícula sobre la superficie, consideramos una sección recta $S$ de la misma, donde $A$ es el punto más bajo de ella. La posición de la partícula queda entonces determinada mediante los parámetros $\theta$ y $z$ representados en la figura.

Se pide:

1. Expresión de las ecuaciones diferenciales de orden 2 del movimiento de la partícula;

2. Reducir las ecuaciones del apartado anterior a cuadraturas;

3. Discutir los distintos tipos de movimientos que pueden presentarse según los valores de $\dot{\theta}_0$ si la partícula se lanza desde $\theta_0 = \pi/2$.

(Problema Puntuable, Curso 03/04)

**7.** Un punto material $M$, de masa $m$, sin peso, se mueve sin rozamiento sobre una esfera de centro $O$ y radio $a$. La recta $E$, tangente a la esfera por $A$, repele al punto material con una fuerza proporcional al producto de la masa del punto por la distancia que lo separa de dicha recta. El coeficiente de proporcionalidad es $\omega^2$, siendo $\omega$ una constante conocida.

Se elegirá un triedro $Oxyz$ cuyo origen es el centro de la esfera y de forma que el eje $Ox$ pasa por $A$, siendo $Oz$ paralelo a la recta $E$. Se utilizarán los ángulos $\theta$ y $\varphi$ de la figura para determinar la posición del punto sobre la esfera.

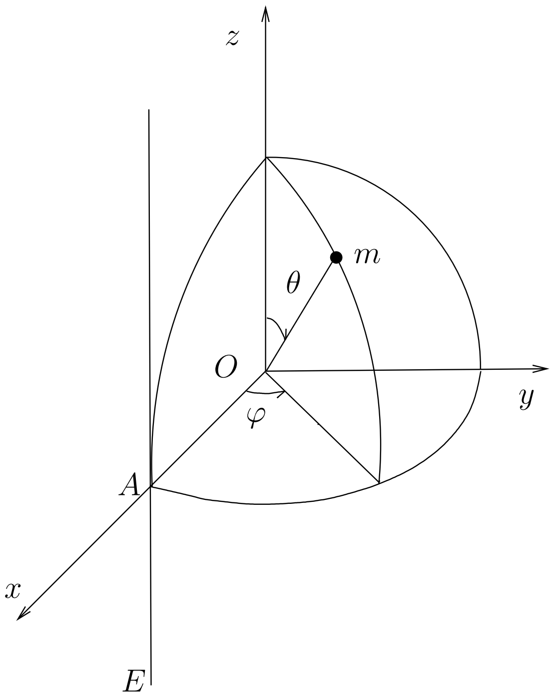
Se pide:

1. Determinar, en función de $\theta$ y $\varphi$, la función potencial de la que deriva la fuerza repulsiva.

2. Plantear las ecuaciones que determinan el movimiento del punto.

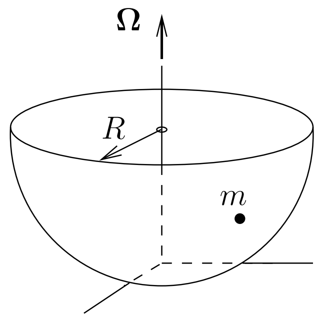
3. Estudiar la posibilidad de que, para unas condiciones iniciales, el punto describa círculos máximos.

4. Determinar la zona del movimiento en el caso en que el punto material se sitúe inicialmente en el punto diametralmente opuesto al $A$ y se le lance con una velocidad $v_o = \omega a\sqrt{2}$, tangente al círculo máximo que pasa por el eje $Oy$.




(Problema puntuable, curso 02/03)

**8.** Una partícula pesada de masa $m$ se mueve en el interior de un casquete esférico de radio $R$ que gira alrededor de la vertical con una velocidad angular $\Omega$.
Entre el casquete y la partícula existe una fuerza de rozamiento tipo Coulomb de coeficiente $\mu$, y se admite que la partícula nunca pierde el contacto con la superficie.
Se pide:



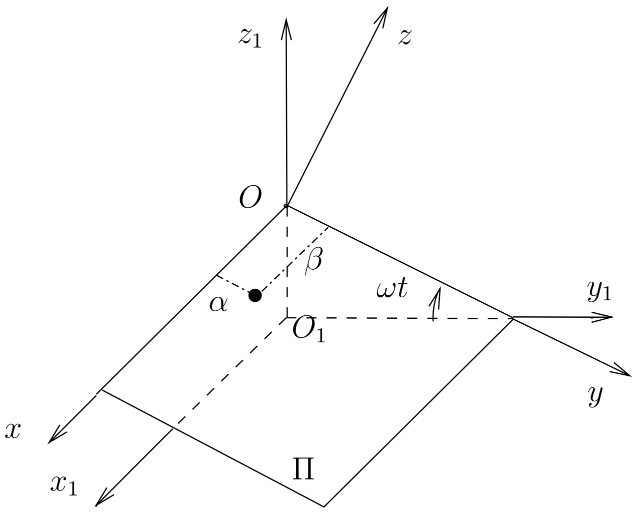

1. Ecuaciones diferenciales del movimiento de la partícula.

2. Discutir la existencia de integrales primeras.

3. Expresión de la aceleración de la partícula relativa a un observador ligado al casquete.

NOTA: Se recuerda que el rozamiento se moviliza en función del movimiento relativo entre la partícula y la superficie.
(Problema puntuable, curso 01/02)

**9.** Un plano liso $\Pi$ se mueve respecto a un triedro fijo $O_1x_1y_1z_1$ con velocidad angular constante $\boldsymbol{\omega}$ de tal forma que dos rectas paralelas del mismo que están separadas por una distancia $a$ deslizan respectivamente por los planos $O_1x_1y_1$, $O_1x_1z_1$ como se indica en la figura.
Sobre el plano $\Pi$ se mueve sin rozamiento un punto pesado $M$ de masa $m$, siendo $\alpha$ y $\beta$ las distancias que los separan en un instante genérico de las rectas $Ox$, $Oy$. Se pide:




1. Plantear las ecuaciones diferenciales del movimiento.

2. Integrar completamente las ecuaciones anteriores suponiendo que en el instante inicial el punto $M$ se encuentra en el origen de coordenadas con una velocidad relativa que forma un ángulo $\varphi$ con la recta $Ox$.

3. Calcular la reacción entre el punto y el plano.

(Examen Extraordinario, septiembre 1999)

**10.** Un punto pesado de masa $m$ se mueve, con ligadura bilateral lisa, sobre el toro cuya ecuación en coordenadas cilíndricas es:

$$z^2 + r^2 - 4ar + 3a^2 = 0 \tag{1}$$

Inicialmente se encuentra en el punto cuyas coordenadas son $r = 2a$ y $z = a$, y se le comunica una velocidad $v_0$ en dirección tangente al paralelo correspondiente. Se pide:

1. Estudiar si en el instante inicial $r$ es creciente o decreciente.

2. Calcular la velocidad inicial $v_0$ para que el movimiento esté acotado entre el paralelo inicial y el paralelo $r = a$

3. Reacción de la superficie sobre la partícula en las dos posiciones calculadas en el apartado anterior.

4. Demostrar que no existe ningún valor de $v_0$ para el cual la partícula se mueve entre los paralelos extremos correspondientes a $z = a$ y $z = -a$.

⋆