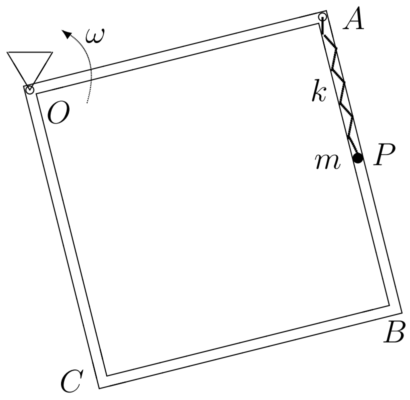
Práctica nº 1 curso 2005-2006

MECÁNICA

1. Un cuadrado indeformable $OABC$, formado por 4 varillas huecas de longitud l cada una, se mueve en un plano horizontal alrededor del vértice fijo O con velocidad de giro constante ω. En el lado AB, según indica la figura, puede moverse sin rozamiento una partícula P de masa m, unida al vértice A mediante un resorte de constante k y longitud nula sin tensión. Se pide:



1. Aceleración absoluta de P, en sus componentes normal y tangencial a AB, para un instante genérico. Se tomará como parámetro $u = AP$.

2. Ecuación diferencial del movimiento de P relativo a AB.

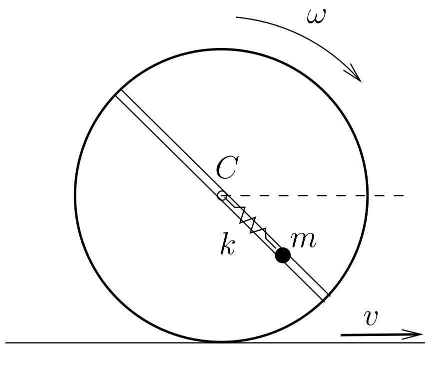
3. Suponiendo que inicialmente $u(0) = u_0$ y $\dot{u}(0) = 0$, estudiar la posibilidad de equilibrio relativo estable, en función de la relación entre ω y k.

4. Reacción de la varilla AB sobre P.

(Examen Parcial, Curso 95/96)

---

2. Un disco de radio R se mueve en todo momento en un plano vertical de forma que gira con velocidad angular ω constante, y que rueda sobre una recta horizontal con una velocidad de deslizamiento constante v.
En el disco existe una ranura radial lisa en la que se mueve una partícula de masa m, que está unida además al centro (C) del disco mediante un resorte de constante elástica k y longitud natural nula.



Se pide:

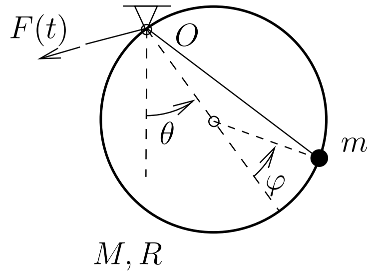
1. Expresar la ecuación diferencial del movimiento de la partícula en la ranura.

2. Obtener el valor mínimo de k para que el movimiento de la partícula respecto de la ranura sea de tipo oscilatorio.

3. Expresar la reacción que ejerce la ranura sobre la partícula.

4. Suponiendo que en en instante inicial la ranura está horizontal y la partícula se encuentra en el borde derecho del disco y en reposo respecto de éste, calcular el trabajo de la reacción entre $t = 0$ y un instante en que la ranura ha girado un cuarto de vuelta ($t = \pi/(2\omega)$). Particularizar este cálculo para $k = 10mg/R$, $\omega = \sqrt{g/R}$ y $v = (5/6)\omega R$.

(Examen Parcial, Curso 00/01)

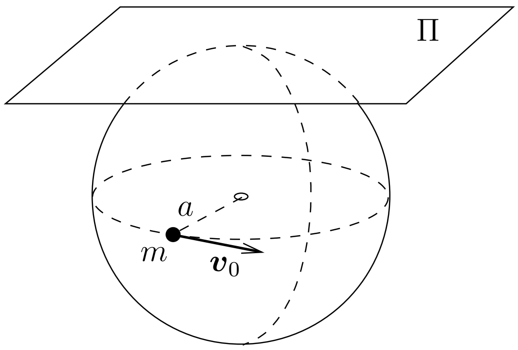


3. Una aro de masa M y radio R se mueve en todo momento en un plano vertical con un punto de su periferia O fijo. Ensartada en el aro se mueve una partícula de masa m. Por otra parte, la partícula está unida a uno de los extremos de un cable inextensible y sin masa, que pasa por O a través de una pequeña argolla. En el otro extremo del cable se aplica una fuerza $F(t)$ dada. No existe rozamiento entre ninguna de las partes del sistema.
Se pide:

1. Momento cinético en O del sistema formado por el aro y la partícula.
2. Expresión del principio del momento cinético del sistema aro-partícula en O.
3. Expresión del principio de la cantidad de movimiento de la partícula.
4. Justificar razonadamente la existencia o no de integrales primeras del movimiento.
5. Expresar la reacción del aro sobre la partícula en un instante genérico.

(Problema puntuable, curso 98/99)

⋆



4. Una partícula material pesada de masa m está obligada a moverse sobre una esfera fija de radio a con ligadura bilateral lisa.

Además del peso actúa una fuerza atractiva hacia un plano fijo Π, que es tangente a la esfera en su punto más elevado. Esta fuerza es proporcional a la distancia, siendo $k = 2mg/a$ la constante de proporcionalidad.

En el instante inicial el punto m se sitúa sobre el ecuador de la esfera con una velocidad inicial $v_0 = \sqrt{2ga}$ horizontal.

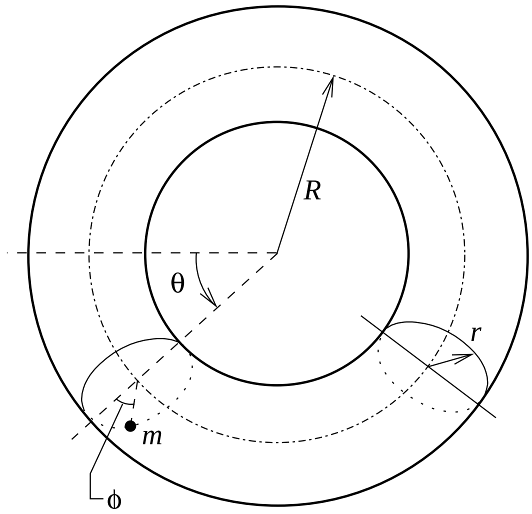
Se pide:

1. Expresión de las ecuaciones diferenciales del movimiento de la partícula.
2. Reducir las ecuaciones del apartado anterior a cuadraturas.
3. Expresión de la reacción de la esfera sobre la partícula en un instante genérico.
4. Expresión que permitiría calcular los paralelos entre los que se desarrolla el movimiento.

(Problema puntuable, curso 02/03)

⋆

5. Una partícula pesada se mueve con ligadura bilateral lisa sobre una superficie toroidal fija, cuya línea media es una circunferencia vertical de radio R, y su sección normal es otra circunferencia de radio r. La posición de la partícula queda determinada por los ángulos θ y ϕ de la figura adjunta.



Se pide:

1. Discutir la existencia de integrales primeras del movimiento de la partícula;
2. Expresar las ecuaciones diferenciales del movimiento de la partícula en función de θ, ϕ y sus derivadas;
3. Expresión de la reacción sobre la partícula en un instante genérico.

(Problema puntuable, curso 04/05)