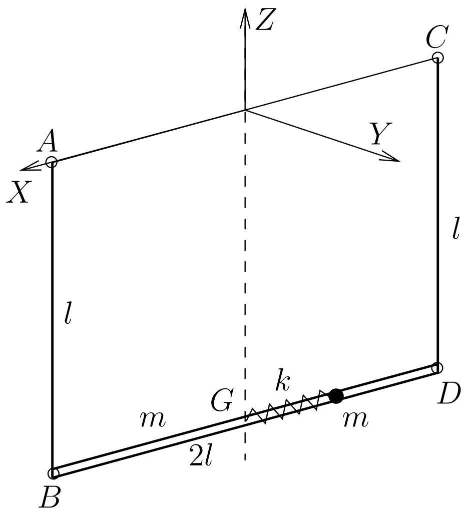
MECÁNICA

46. Un tubo BD de masa m, longitud $2l$ y sección despreciable, tiene sus extremos articulados a dos varillas AB y CD de masa despreciable y longitud l. Los extremos A y C de las varillas están articulados y fijos en la misma horizontal. El centro G del tubo está obligado a moverse según la vertical.

Por el interior del tubo se mueve sin rozamiento una masa puntual m unida a un muelle de constante k y longitud natural nula, que tiene el otro extremo anclado en G. Se pide:

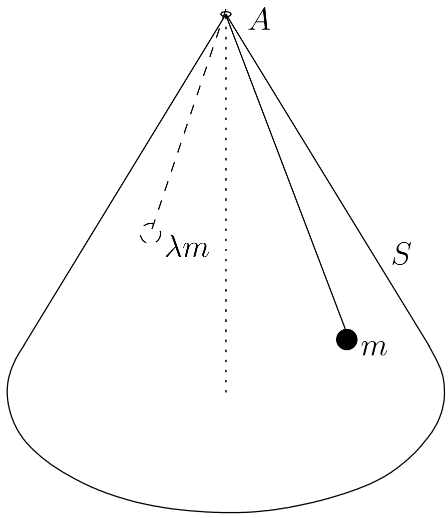
1. Expresar la velocidad de G en función del ángulo girado por el tubo alrededor del eje Z vertical.
2. Expresión de la energía cinética del sistema.
3. Ecuaciones diferenciales del movimiento.



(Examen final, 16/09/1997)

⋆

47. Dos partículas, de masas respectivas m y λm, están unidas mediante un hilo inextensible de longitud $2b$. Este hilo pasa por un pequeño agujero existente en el vértice A de una superficie cónica S fija, lisa, de eje vertical y semiángulo α. Mientras m permanece sobre la superficie S por debajo de A con ligadura unilateral lisa, la otra partícula λm pende libremente, permaneciendo en el volumen interior determinado por S. Se pide:



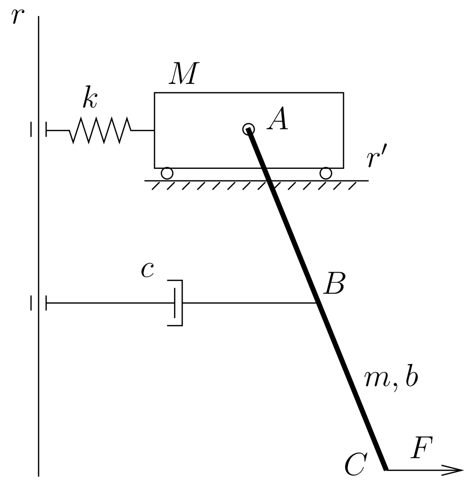
1. Suponiendo que el movimiento comienza con unas condiciones iniciales generales, a) Escoger unos parámetros adecuados para estudiarlo y determinar el n.º de grados de libertad; b) Obtener las integrales primeras que pudiera haber e interpretarlas físicamente; c) Obtener las ecuaciones diferenciales de segundo orden del movimiento.

2. Suponemos ahora que inicialmente λm parte del reposo, a una distancia b en la vertical por debajo de A, y m tiene una velocidad v_0 con el hilo tenso. Encontrar los valores entre los que debe estar comprendido λ así como el valor adecuado de v_0 para que λm permanezca en reposo y m no se separe de S.

(Examen parcial y final, 31/01/2001)

⋆

48. Un sistema está formado por un carro pesado de masa M y una barra pesada AC de masa m y longitud b que se encuentra articulada en A a aquél como muestra la figura adjunta.
El carro se apoya sobre una recta horizontal fija y lisa r' y está unido a una recta vertical fija r a través de un resorte elástico de constante k. Por otro lado, el centro B de la barra se encuentra unido a la misma recta fija a través de un amortiguador lineal de constante c. Además, en el extremo C de la barra actúa una fuerza horizontal constante F. Se supone que el sistema se mueve siempre en un plano vertical fijo, que no existe rozamiento entre ninguna de las partes móviles y que tanto el muelle como el amortiguador se mantienen siempre horizontales.



Se pide:

1. Ecuaciones diferenciales del movimiento.

2. Discusión sobre la existencia de integrales primeras.

3. Expresión de la reacción que ejerce la recta horizontal r' sobre el carro.

(Examen Parcial y Final, 21/01/ 2003)

⋆

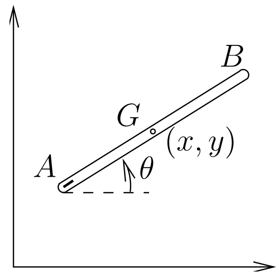
49. Una hélice tiene por ecuaciones, en coordenadas cilíndricas, $\rho = b, \quad z = a\varphi$, siendo a y b constantes. Sobre ella se mueve sin rozamiento una partícula de masa m, que se encuentra atraída desde el origen de coordenadas por una fuerza proporcional a la distancia, con constante k. Se desprecia la acción de la gravedad. Se pide:

a. Obtener las ecuaciones del movimiento e integrales primeras en su caso;

b. Calcular la reacción de la hélice sobre la partícula, empleando multiplicadores de Lagrange;

c. Las mismas cuestiones, suponiendo ahora que la hélice es en realidad una acanaladura en la superficie de un cilindro macizo vertical de masa M, que puede girar libremente alrededor de su eje.

⋆



50. Una barra homogénea AB de masa m y longitud l se mueve en un plano horizontal. En el extremo A tiene un apoyo en forma de pequeña cuchilla, que impide el movimiento de dicho punto en dirección perpendicular a la varilla.

Se pide:

1. Expresar la ecuación de ligadura anholónoma.

2. Usando (x, y, θ) como coordenadas, obtener las ecuaciones diferenciales del movimiento. Emplear para ello el formalismo de la dinámica analítica, haciendo uso de la técnica de multiplicadores de Lagrange para eliminar la citada ligadura.

3. Demostrar que el multiplicador de Lagrange λ representa la fuerza transversal de restricción en ese punto.

(Examen Parcial y Final, 30/01/1999)