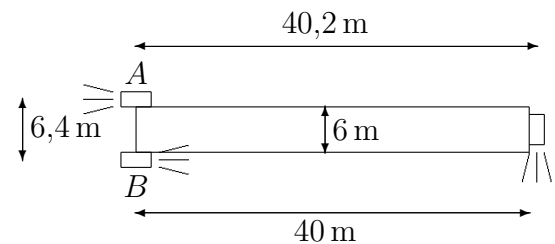


MECÁNICA

51. Una gota de agua se forma dentro de una masa uniforme de niebla y empieza a caer, barriendo la niebla que se encuentra en su camino. Se supone que la gota acumula toda la niebla que barre, que se mantiene esférica y que no experimenta ninguna acción aerodinámica. Se comprueba que para un tiempo suficientemente largo la gota cae con aceleración constante a .

Calcular esta aceleración a .

52. Un vehículo espacial puede ser asimilado a un cilindro hueco de 40 m de largo, 6 m de diámetro y espesor de paredes de 0,06 m con densidad relativa media del material de las paredes de 6 kg/m^3 . (Para simplificar puede admitirse que el espesor de las paredes es despreciable frente a las demás dimensiones). Para cambiar de dirección dispone de dos pequeños cohetes A y B en la parte posterior, capaces de invertir su empuje, y otro transversal en su parte delantera, dispuestos según indica la figura. En un instante dado el cohete A empuja hacia adelante y el B hacia atrás. Tanto el A como el B gastan 20 kg/s con velocidad de salida 1000 m/s . Se pide:



1. Sabiendo que la expulsión de gases del C puede ser controlada, calcular el gasto de dicho cohete (con la misma velocidad de salida de los otros) para que el vehículo adquiriera una velocidad transversal sin giro.
2. Aceleración transversal que se produce.
3. Se apaga el cohete C , ¿Cuánto tardará el vehículo en invertir su posición? Para simplificar se despreciará el cambio de masa del vehículo debido al consumo de los pequeños cohetes.

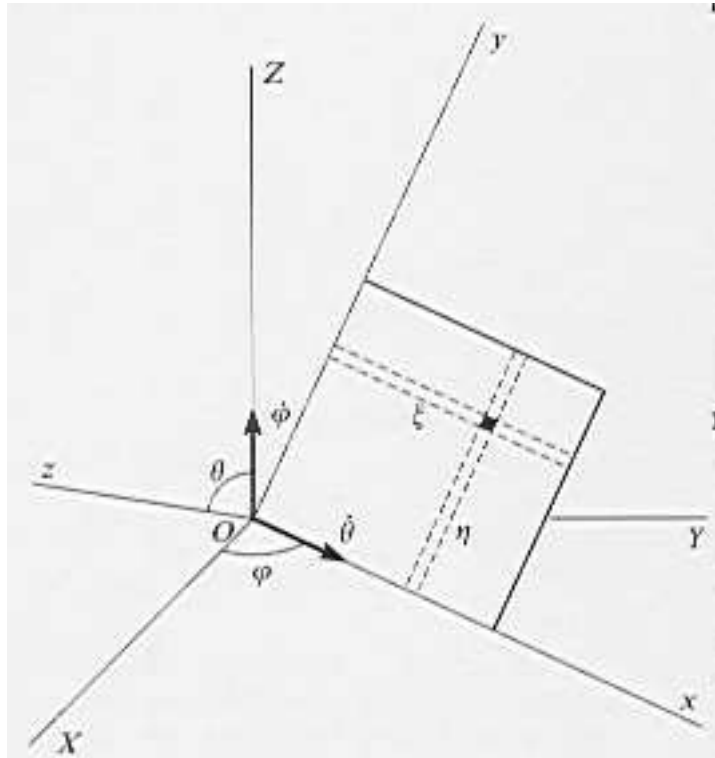
Para la resolución numérica se elegirá el S.I. de unidades.

53. Sea un cono de radio R , altura H y densidad ρ . Se pide:

1. Tensor de inercia en el vértice referido a un sistema de ejes ortonormal, uno de cuyos ejes coincide con la altura del cono.
2. Tensor central de inercia referido a los mismos ejes.
3. Momento de inercia respecto de una generatriz.

54. Una placa cuadrada homogénea de lado a y masa m se mueve respecto al triedro $OXYZ$ con el vértice O fijo y uno de sus lados describiendo el plano XY como se indica en la figura. Se pide:

1. Velocidad angular de la placa, expresándola en los ejes móviles $Oxyz$.
2. Cantidad de movimiento.
3. Momento cinético en O .
4. Energía cinética.

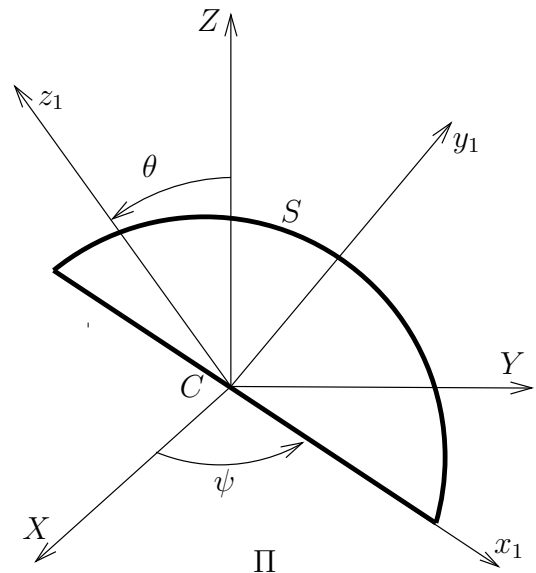


★

55. Un sólido S está formado por una semicircunferencia de centro C , radio a y una barra de longitud $2a$ coincidente con el diámetro. La densidad se considera uniforme, siendo m la masa del sólido S .

Se considera un sistema de referencia $Cx_1y_1z_1$ ligado al sólido S de forma que Cx_1 coincide con el diámetro y Cz_1 es ortogonal al plano definido por S . Además se considera un sistema de referencia fijo $CXYZ$ de manera que CX es una recta fija del plano horizontal fijo Π y CZ es ortogonal al mismo.

El movimiento del sólido S es tal que el diámetro desliza sin rozamiento sobre el plano Π , siendo el centro C un punto fijo de dicho plano. En estas condiciones el movimiento del sólido queda completamente definido por dos parámetros ψ y θ . ψ es el ángulo formado por las rectas Cx_1 y CX y θ el ángulo formado por las rectas Cz_1 y CZ .



Se pide:

1. Expresar el tensor de inercia del sólido S en el punto C referido al sistema de referencia $Cx_1y_1z_1$.
2. Expresar la velocidad angular del sólido S en función de $\dot{\theta}$ y $\dot{\psi}$.
3. Calcular $\dot{\theta}$ y $\dot{\psi}$ en función de θ sabiendo que en el instante inicial el plano de S es vertical, $\dot{\theta}_o = \omega_1$ y $\dot{\psi}_o = \omega_0$.
4. Calcular el módulo de la velocidad $\dot{\theta}_f$ cuando el plano del sólido S coincide con Π .

(Examen Extraordinario, Septiembre 1997)

★