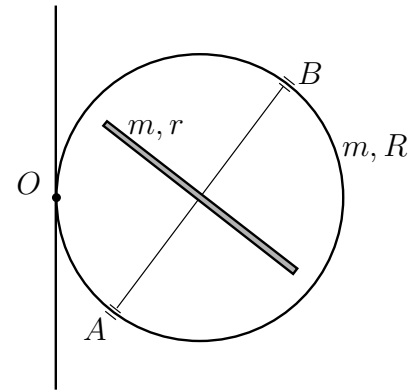


66. Un sistema mecánico está compuesto de un aro de masa m y radio R y un disco de masa m y radio $r < R$.

El aro tiene un punto fijo O y puede girar libremente alrededor de una recta vertical fija que pasa por O , manteniéndose siempre vertical.

El disco está unido perpendicularmente al punto medio de una varilla sin masa AB de longitud $2R$, de forma que puede girar libremente alrededor de ésta. Además, los extremos de la varilla pueden deslizarse sin rozamiento sobre el aro, como muestra la figura adjunta. Se pide



- Determinar el número de grados de libertad del sistema, justificando la elección de un conjunto adecuado de parámetros que los representen.
- Discutir la existencia de integrales primeras del movimiento, obteniendo las expresiones correspondientes caso de que existan.
- Calcular el momento M que habría que ejercer sobre el aro para conseguir que su velocidad de rotación alrededor del eje vertical fuera constante.

(Examen final, 11/06/2005)

★

67. Se desea conseguir que la moneda del problema 64 describa un movimiento de revolución alrededor de un eje vertical que pase por el centro de la moneda, con nutación θ_0 constante, y velocidad de precesión $\dot{\psi} = \omega$ alrededor del eje de revolución también constante. Se pide:

1. Calcular la velocidad ω que debe tener el movimiento, en función de θ_0 , para que dicho movimiento sea posible.
2. Estudiar la estabilidad del movimiento descrito.

★

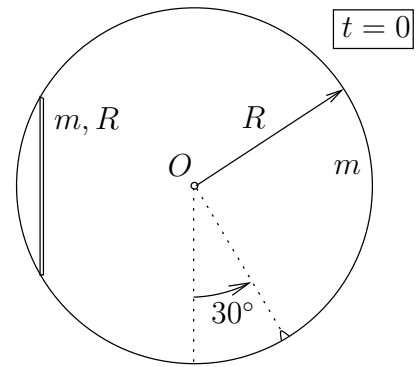
68. Una placa circular homogénea de radio R y masa m cae sin rotación impactando con velocidad v_0 sobre un plano horizontal liso, siendo el coeficiente de restitución e . En el instante del choque el plano de la placa forma un ángulo α con el plano horizontal. Se pide:

1. Movimiento de la placa después del choque
2. Valor del ángulo α para que la velocidad angular de la placa después del choque sea máxima.
3. Para el valor del ángulo α calculado en el apartado anterior hallar el coeficiente de restitución necesario para que en el instante posterior al choque la velocidad del centro de masas de la placa sea nula.

(Problema Puntuable, 22/03/ 2004)

★

69. Una varilla pesada de masa m y longitud R se mueve de forma que sus extremos pueden deslizar con ligadura bilateral lisa sobre un aro vertical de radio R y masa m . El aro está siempre contenido en un plano vertical fijo, y su único movimiento permitido es el giro alrededor de su centro fijo O .



En el instante inicial la varilla se encuentra en posición vertical, y tanto ésta como el aro se encuentran en reposo. Existe un pequeño resalte en el aro, situado a 30° respecto de la vertical (ver figura) que obstaculiza el movimiento de la varilla cuando ésta llega a dicho punto al caer desde la configuración inicial descrita anteriormente. El coeficiente de restitución del impacto que se produce entre la varilla y el resalte del aro tiene un valor e .

Se pide

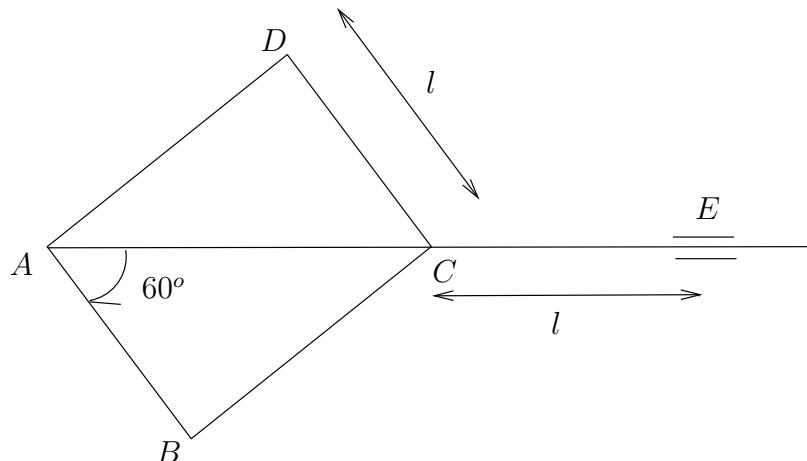
1. Determinar el campo de velocidades de la varilla y el aro después del impacto de aquella con el resalte;
2. Expresiones de las componentes tangencial y normal de la impulsión sobre el extremo de la varilla que impacta con el resalte del aro;
3. Expresión de la impulsión reactiva sobre el centro O del aro.

(Examen final, 6/09/2004)

★

70. Se tiene una placa rectangular homogénea $ABCD$ de masa M que puede girar libremente alrededor de su diagonal AC horizontal y fija. Por la izquierda la diagonal está articulada con el punto A fijo, mientras que por la derecha, a una distancia l de C , pasa por un collarín liso E que permite el giro de la diagonal y además su deslizamiento a lo largo de su eje. Las demás dimensiones y la disposición de la placa se indican en la figura. Estando la placa en reposo y situada verticalmente, incide en B un punto material de masa m con velocidad V , perpendicular al plano de la placa. Después del choque, la masa m queda adherida a la placa. Se pide:

1. Definir el estado de velocidades del sistema en el instante inmediatamente posterior al choque.
2. Valor mínimo de la velocidad V para que la placa efectúe un giro completo.
3. Percusiones de reacción en A y E .



★