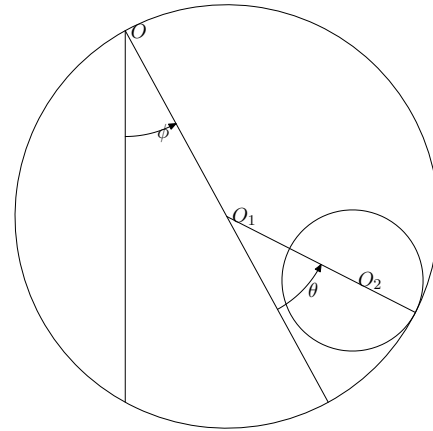


MECÁNICA

81. Un aro de masa m y radio R puede oscilar en un plano vertical en torno a un punto O de su perímetro que está fijo. A su vez, otro aro de masa m y radio $r = R/3$ rueda sin deslizar dentro del primero.

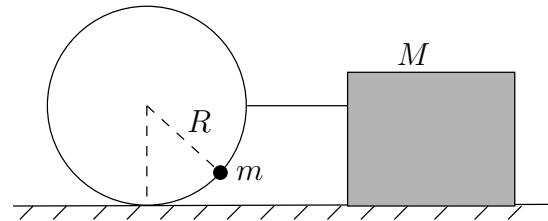
Se pide

1. Ecuaciones del movimiento
2. Para pequeñas oscilaciones alrededor de la posición de equilibrio estable:
 - a) ecuaciones del movimiento linealizadas
 - b) frecuencias propias
 - c) modos normales de vibración



(Examen parcial, 9/06/1997)

82. Un sistema mecánico está compuesto por un bloque de masa M unido a un aro sin masa de radio R , y una partícula pesada de masa m . El conjunto formado por el bloque y el aro se apoya sobre un plano horizontal fijo y liso, y la partícula está obligada a moverse sobre el aro con ligadura bilateral lisa.



Se pide:

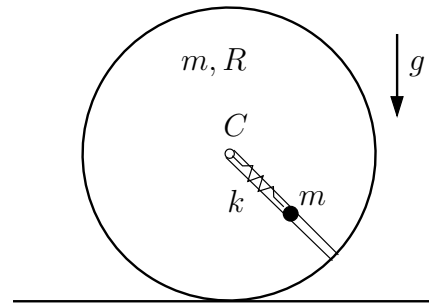
1. Determinar el número de grados de libertad del sistema y seleccionar justificadamente parámetros que los representen;
2. Determinar las posiciones de equilibrio del sistema y su estabilidad;
3. Suponiendo pequeñas oscilaciones alrededor de la posición de equilibrio estable, calcular frecuencias propias, modos propios y expresión de las coordenadas normales.

(Problema puntuable, 5/05/2004)

83. Un disco de masa m y radio R rueda sin deslizar sobre un eje horizontal, manteniéndose vertical en todo instante. Según un radio del disco existe una ranura lisa, en la cual puede moverse una masa de igual valor m sujeta al centro del disco por un resorte lineal de constante $k = mg/2R$ y longitud natural nula.

Se pide:

1. Ecuaciones diferenciales que definen la dinámica;
2. Definir la posición de equilibrio estable del sistema y obtener las frecuencias propias para pequeñas oscilaciones respecto de la misma.

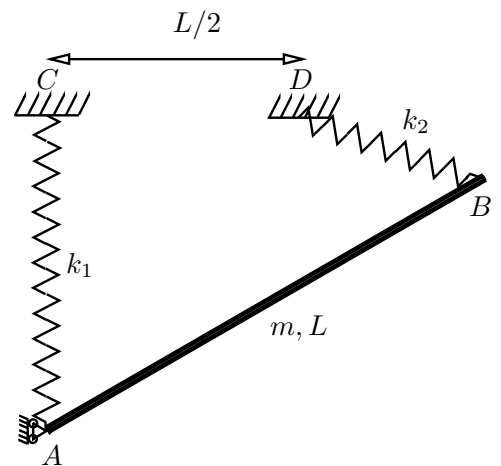


(Examen Parcial, 7/06/ 2002)

★

84. Se considera el sistema mecánico de la figura, formado por una varilla pesada de masa m y longitud L , unida por sus extremos A y B a dos muelles de longitud natural nula y constantes elásticas k_1 y k_2 respectivamente. A su vez los muelles están unidos a sendos puntos fijos C y D situados a la misma altura y separados $L/2$. El extremo A está obligado a moverse únicamente sobre la recta vertical bajo C , mientras que la varilla permanece en todo instante en el plano vertical fijo que contiene a CD . Para el caso en que $k_2 = 2k_1$ se pide:

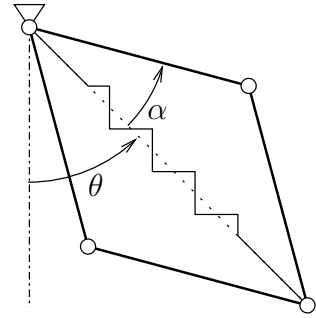
1. Valor de k_1 para que la posición en la que la varilla forma 60° con la horizontal, estando B por encima de A , sea de equilibrio.
2. Ecuaciones diferenciales del movimiento.
3. Para las pequeñas oscilaciones en torno a la posición de equilibrio determinada en el primer apartado:
 - a) Ecuaciones diferenciales del movimiento linealizadas
 - b) Frecuencias propias
 - c) Expresión de las coordenadas normales en función de los grados de libertad considerados.



(Examen Parcial, 6/06/ 2003)

★

85. El dispositivo de la figura adjunta está formado por cuatro barras pesadas articuladas entre sí, de longitud a y masa m cada una, de forma que están contenidas en un mismo plano vertical. El conjunto se halla sujeto por uno de sus vértices a un punto fijo. Asimismo, en la diagonal entre este vértice de anclaje y el opuesto se sitúa un resorte lineal de longitud natural $l_0 = a/2$ y constante k . El valor de $k = 4mg/a$ es tal que el sistema está en equilibrio estable con el eje del resorte vertical y $\alpha = 60^\circ$. Se pide:



1. Desarrollar la expresión de la energía cinética del sistema, demostrando que vale $T = \frac{5}{3}ma^2(\dot{\theta}^2 + \dot{\alpha}^2) + ma^2(\dot{\theta}^2 - \dot{\alpha}^2)\cos 2\alpha$
2. Obtener las ecuaciones diferenciales de la dinámica.
3. Suponiendo que el movimiento consiste en pequeñas oscilaciones alrededor de la posición de equilibrio estable, linealizar las ecuaciones del movimiento.
4. Calcular los modos normales de vibración y las frecuencias propias.

(Examen Parcial, 14/06/2001)

★