Práctica nº 7 curso 2005-2006

MECÁNICA

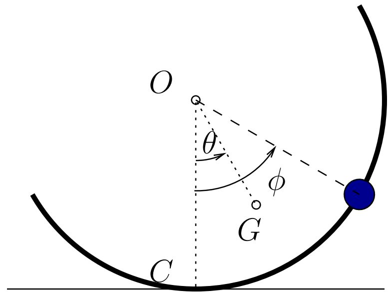
31. Cuatro varillas iguales, lisas y de longitud $2b$ cada una, están soldadas entre sí formando un cuadrado horizontal fijo de lado $2b$. Sobre cada una de ellas puede moverse una partícula de masa m. Cada partícula está unida a las dos situadas sobre lados contiguos, mediante sendos resortes elásticos de constante k y longitud natural despreciable. Se abandona el sistema en reposo, estando situada cada partícula a una distancia $a_i (i = 1, .., 4)$ del centro de la varilla sobre la que debe permanecer. Se pide:

1. Ecuaciones del movimiento de las partículas.
2. Demostrar que al cabo de un cierto tiempo T (cuyo valor se calculará) las posiciones de las partículas determinan un cuadrado (cuyo lado L también se calculará), con independencia de los valores iniciales a_i.

(Examen parcial 29/01/1997)

---

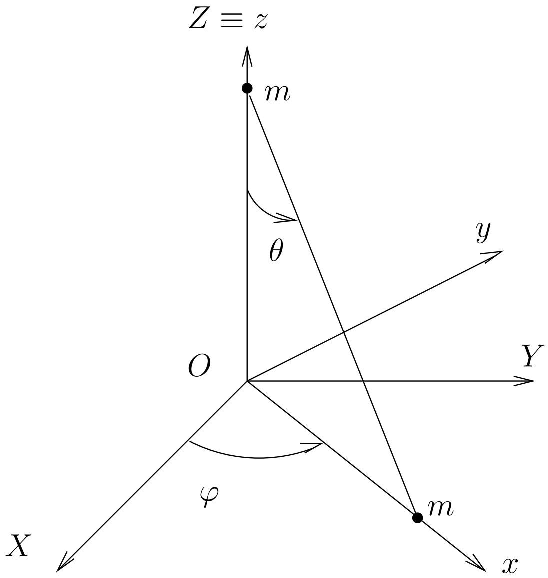
32. Un semiaro de masa m y radio R rueda sin deslizar sobre una recta horizontal, manteniéndose vertical en todo instante. Sobre él se mueve sin rozamiento una partícula de masa m con ligadura bilateral que no estorba la rodadura. Se emplearán como parámetros los ángulos θ y ϕ de giro del semiaro, y de la partícula relativa al semiaro, ambos medidos desde la posición de equilibrio y en sentido antihorario.



Obtener las ecuaciones del movimiento, así como las reacciones en un instante genérico, mediante aplicación de los teoremas generales de Newton-Euler. Discutir la existencia de integrales primeras.
(Examen final, junio 1994)

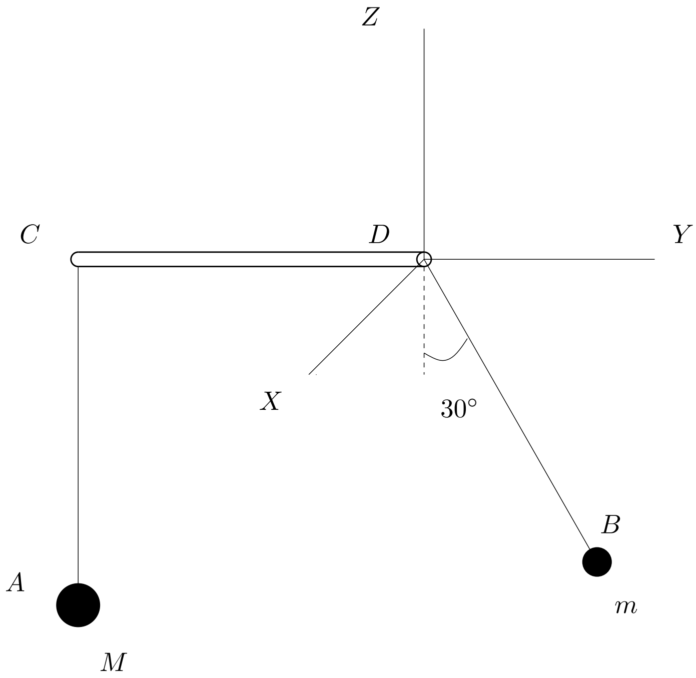
---

33. El sistema de la figura está constituido por dos masas puntuales iguales m, de las cuales una recorre el eje Oz y la otra se mantiene sobre el plano horizontal, conectadas por la barra AB sin masa, de longitud 1. No existen rozamientos.
En el instante inicial el sistema está en reposo, y la barra AB forma un ángulo de 30° con el plano horizontal. Bruscamente le comunicamos a AB una velocidad ω_0 alrededor del eje vertical y, a partir de este momento, el sistema comienza a moverse libremente, sujeto a sus enlaces.
Calcular cuál debe ser el valor de ω_0 para que la velocidad de B al llegar al plano horizontal sea $\sqrt{2gl}$.



---

34. Un hilo AB (flexible, inextensible y de masa despreciable) de longitud $3b$ pasa a través de un tubo CD (fijo, horizontal y liso) de longitud b. En los extremos del hilo están sujetas sendas partículas, de masa M la que se encuentra en A, y de masa m la que se encuentra en B. En la situación inicial se cumple:



- El hilo sobresale por igual por ambos extremos del tubo (con lo que $AC = CD = DB = b$)
- Todo el hilo se encuentra situado en un plano vertical DYZ, colgando verticalmente el tramo AC, mientras que el tramo DB esta desviado 30° de la vertical descendente
- La partícula M está en reposo, mientras que la partícula m tiene velocidad horizontal $v_0 > 0$, dirigida según el eje X

Se pide:

1. Expresar las ecuaciones diferenciales necesarias para definir completamente el movimiento, mediante los teoremas generales de Newton-Euler.
2. Integrales primeras del movimiento.
3. Demostrar que no es posible que m alcance el extremo D.
4. Calcular el valor de v_0 que hace que la masa M permanezca en reposo.

(Examen parcial 26/01/1998)

---

35. Un sistema formado por dos partículas puntuales pesadas de masa M unidas por una varilla rígida sin masa de longitud l, se mueve de forma que una de las masas está obligada a permanecer sobre el eje vertical fijo OZ y la otra está obligada a permanecer en el paraboloide de revolución de eje z definido en coordenadas cilíndricas por $z = \rho^2$. Se pide:

1. Integrales primeras
2. Ecuaciones del movimiento
3. Reacción del eje Z sobre la partícula que se mueve sobre el eje Z
