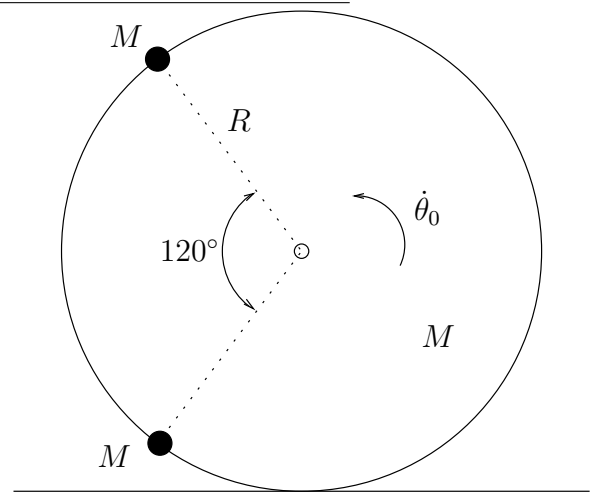


41. Un semiarco de masa  $M$  o y radio  $R$  rueda sin deslizar sobre una recta horizontal, manteniéndose dentro de un plano vertical. Sobre el semiarco desliza una partícula de masa  $m$  con ligadura bilateral lisa. Se pide:

- a. Ecuaciones del movimiento;
- b. Integrales primeras, caso de haberlas.

(Examen final, 20/06/1994)

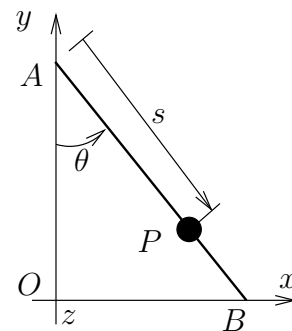
42. Un disco homogéneo de masa  $M$  y radio  $R$  rueda sin deslizar sobre una recta horizontal, manteniéndose en un plano vertical. En el perímetro del disco y separadas  $120^\circ$  entre sí están situadas dos masas puntuales  $M$ , soldadas al disco de forma que no estorban la rodadura. En el instante inicial el conjunto está situado con las dos masas puntuales en una misma vertical (ver figura), y con velocidad angular  $\dot{\theta}_0$ .



Se pide:

1. Expresión de la función Lagrangiana del sistema
2. Ecuaciones diferenciales del movimiento y particularización para calcular la aceleración en el instante inicial
3. Integrales primeras que existan
4. Obtener las componentes de la reacción de la recta sobre el disco, y particularizar para el instante inicial

43. Una varilla  $AB$  de masa  $m$  y longitud total  $l$  se mueve en un plano vertical de forma que el extremo  $A$  desliza sobre la vertical y el extremo  $B$  desliza sobre una recta horizontal. Asimismo, una partícula  $P$  de masa  $m$  puede deslizar libremente sobre la varilla sin abandonarla (ver figura adjunta). No existe rozamiento entre ninguna de las partes móviles. En el instante inicial el sistema parte del reposo con  $\theta = 30^\circ$  y  $s = 0$ .



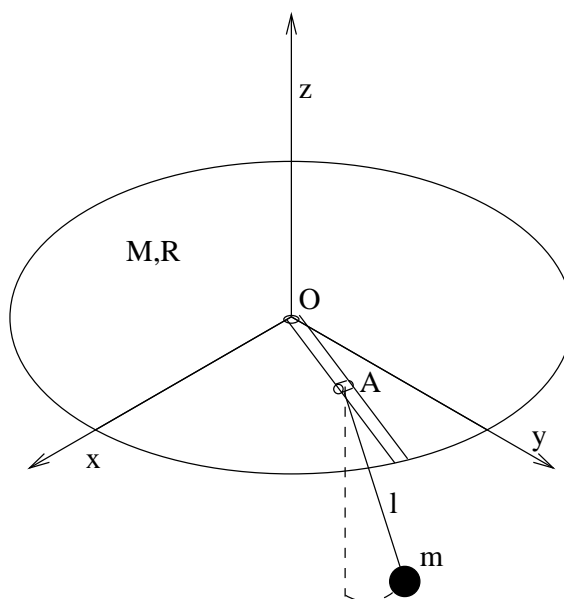
Se pide, en función de  $s$ ,  $\theta$  y sus derivadas:

1. Expresión de la lagrangiana del sistema formado por la varilla y la partícula.
2. Ecuaciones de Lagrange.
3. Integrales primeras del movimiento.

- Si  $\dot{\theta} = \omega$  (cte), calcular mediante la técnica de los multiplicadores de Lagrange la reacción de la varilla sobre la partícula en un instante genérico.

(Problema puntuable, 13/01/1998)

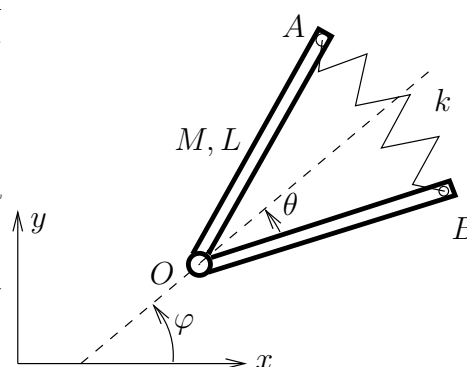
44. Un disco de masa  $M$  y radio  $R$  puede girar libremente alrededor de su eje de revolución vertical  $Oz$ . En el disco existe una acanaladura radial lisa por la que desliza una rótula cilíndrica  $A$ , que a su vez es el punto de suspensión de un péndulo simple de longitud  $l$  y masa  $m$ . La rótula  $A$  actúa obligando al péndulo a moverse en el plano vertical que contiene a la ranura  $OA$ . Se pide:



- Obtener las ecuaciones del movimiento de la masa puntual, utilizando métodos de la dinámica analítica.
- Expresar las posibles integrales primeras del movimiento del sistema e interpretarlas físicamente.
- Suponiendo ahora que el disco no está libre, sino que se le obliga a girar con velocidad constante  $\omega$ , estudiar el movimiento de la masa puntual.
- Obtener el valor del momento que es necesario aplicar al disco para mantener la velocidad  $\omega$  constante.

(Examen parcial y final, 31/01/2000)

45. Un sistema está constituido por dos barras iguales de masa  $M$  y longitud  $L$ , articuladas entre sí en un punto  $O$ . Los extremos libres de ambas barras se encuentran unidas con un muelle de constante  $k$ . El sistema se mueve en un plano vertical sin rozamiento sujeto al campo gravitatorio simplificado. A partir de unas condiciones iniciales arbitrarias, se pide:



- Determinar el número de grados de libertad del sistema y elegir unas coordenadas adecuadas.
- Obtener las expresiones de energía cinética, potencial y Lagrangiana del sistema.
- Calcular las ecuaciones diferenciales del movimiento. Discutir la existencia de integrales primeras y en el caso de existir calcularlas.

(Problema puntuable, 12/12/2003)