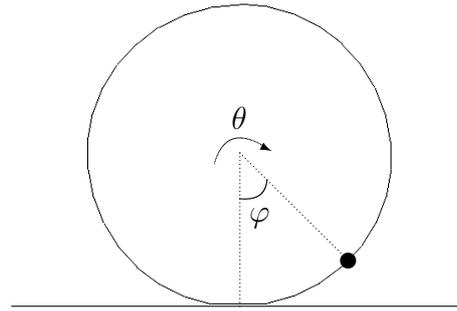


MECÁNICA

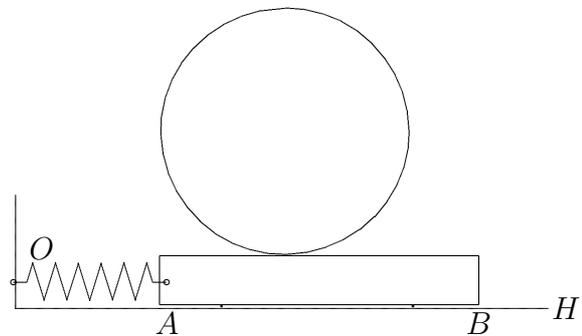
41. Un aro circular de radio a , homogéneo y de masa m rueda sin deslizar sobre un plano horizontal. Sobre el aro desliza sin rozamiento y con ligadura bilateral una partícula de masa $2m$. Inicialmente se dispone el sistema de manera que la partícula está en el punto más bajo del aro, con velocidad v_0 y el aro en reposo. Se pide:



1. Energía cinética del sistema.
2. Energía potencial del sistema.
3. Ecuación de Lagrange correspondiente al ángulo θ y comprobar que esta coordenada es cíclica.
4. Ecuación de la energía del sistema.
5. Integrar totalmente la ecuación diferencial obtenida en el apartado 3.
6. Eliminar la coordenada cíclica de las ecuaciones del movimiento y dejar el cálculo de φ reducido a una cuadratura.

★

42. El sistema material de la figura, situado en un plano vertical, está constituido por una varilla rectilínea AB , homogénea y pesada, de masa m y longitud $4a/3$ que desliza sin rozamiento sobre la recta horizontal H ; por el muelle OA , de longitud natural a y constante de rigidez k , que une el extremo A de la varilla con el punto fijo O y por un disco homogéneo, de masa M y radio R , que rueda sin deslizar sobre la varilla AB .



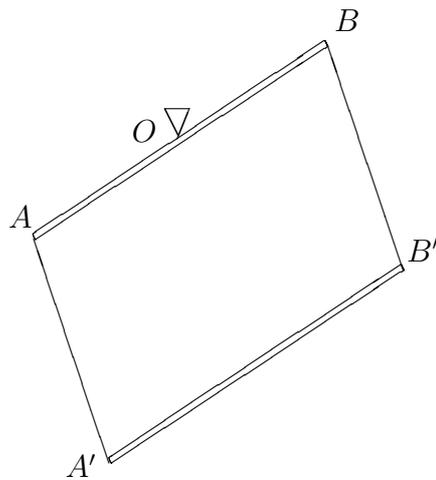
En el instante inicial el punto de contacto de disco y varilla coincide con A que a su vez se encuentra a una distancia $2a$ del punto fijo O y el sistema está en reposo. Se pide:

1. Ecuaciones diferenciales que determinan el movimiento del sistema.
2. Estudiar el movimiento del sistema para las condiciones iniciales dadas.

★

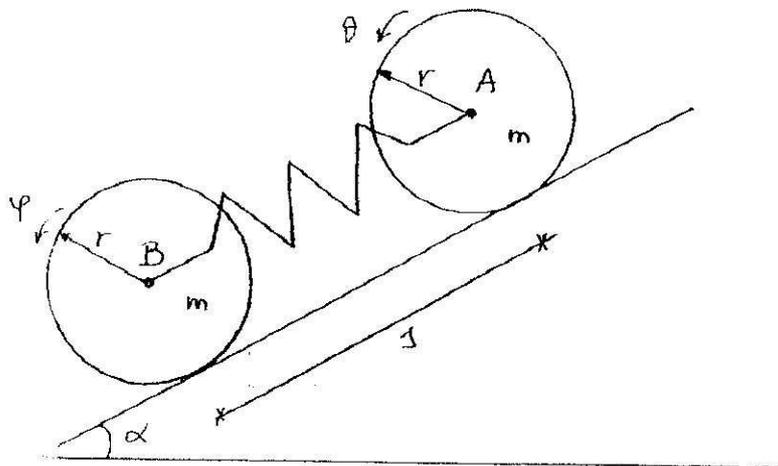
43. El sistema de la figura está constituido por dos barras homogéneas AB y $A'B'$, de masa M y longitud l_1 cada una, obligadas a moverse en un plano vertical fijo. La barra AB tiene fijo su punto medio O y está unida a la barra $A'B'$ mediante dos hilos iguales AA' y BB' , inextensibles, de masa despreciable y longitud l_2 . Se pide:

1. Ecuaciones diferenciales del movimiento.
2. Integrales primeras del movimiento.
3. Tensión de los hilos en un instante genérico.
4. Si en el instante inicial las varillas están en posición horizontal, calcular la velocidad inicial de cada varilla para que se anulen las tensiones de los hilos cuando AB forma 45° con la vertical y el centro de $A'B'$ está a la misma altura que O .

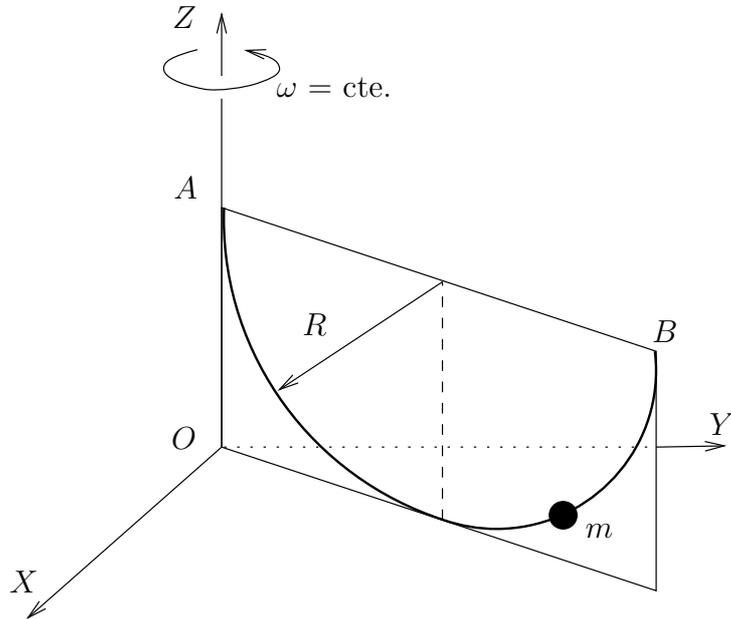


44. Determinar el movimiento del sistema formado por dos discos iguales homogéneos y pesados, que ruedan sin deslizar sobre un plano inclinado, dentro de un plano vertical, mientras que sus centros A y B están unidos por un muelle de rigidez k .

Calcular además la reacción en uno de los puntos de contacto entre las ruedas y el plano inclinado para un instante genérico.



45. Un semiarco homogéneo de radio R gira con velocidad angular ω constante alrededor del eje Z vertical, estando obligado a permanecer en todo momento en un plano vertical, tal y como se muestra en la figura adjunta. Una partícula pesada de masa m puede moverse sin rozamiento ensartada en el semiarco. En el instante inicial la partícula se encuentra situada en el punto B y se lanza con una velocidad v_0 relativa al semiarco.



Se pide:

1. Ecuación del movimiento.
2. Velocidad v_0 mínima necesaria para que la partícula alcance el punto A .
3. Reacción del aro sobre la partícula en un instante genérico para una v_0 cualquiera.
4. Calcular el par M que debe aplicarse en el eje Z para conseguir mantener $\omega = cte$

(Examen Final, Curso 96/97)

★