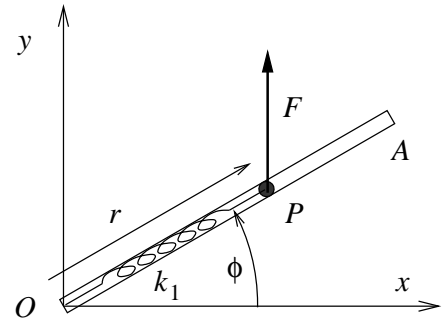


86. El sistema material de la figura, situado en un plano horizontal Oxy , está compuesto por:

- a) varilla OA de longitud a , articulada en el punto fijo O ;
- b) punto material P que desliza libremente por la varilla.

El punto P está unido a O mediante un resorte elástico de longitud natural nula y constante k_1 . Adicionalmente, actúa sobre P una fuerza de valor constante F en la dirección del eje y . Sobre la varilla actúa una fuerza atractiva por unidad de longitud de la misma desde el eje Ox , proporcional al cuadrado de la distancia con constante k_2 . Es decir, para un elemento de longitud $d\xi$ esta fuerza vale

$$d\mathbf{f} = -k_2 y(\xi)^2 d\xi \mathbf{j}.$$



Se admitirá que la barra permanece en el cuadrante Ox^+y^+ , es decir $0 \leq \phi \leq \pi/2$.

Se pide:

1. Ecuaciones que definen las condiciones de equilibrio.
2. Obtener las posiciones de equilibrio para los valores $k_1 = 8F/a$, $k_2 = F/a^3$.
3. Reacción de la varilla sobre la partícula para las posiciones de equilibrio que cumplan $0 < \phi < \pi/2$.
4. Estudiar la estabilidad de todas las posiciones de equilibrio obtenidas en el punto 2.

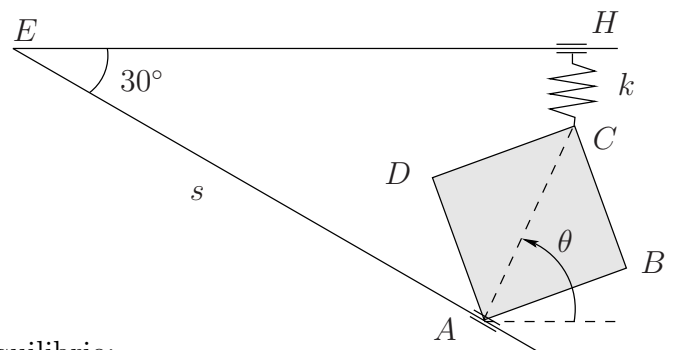
(Examen final, curso 2004/2005)

★

87. Una placa cuadrada $ABCD$ de masa m y lado l está contenida en un plano vertical, de forma que el vértice A puede deslizar sobre una guía lisa inclinada 30° , y el vértice opuesto C está unido mediante un resorte a una deslizadera que a su vez se mueve libremente sobre una recta horizontal lisa. El resorte tiene longitud natural nula y constante elástica $k = (\sqrt{2}/3)mg/l$.

Se pide:

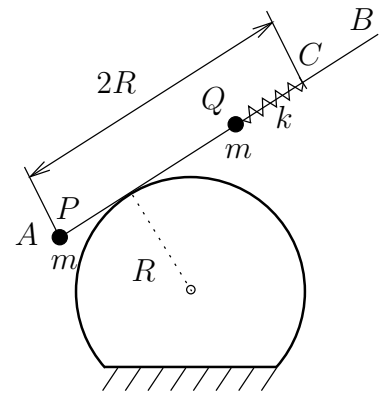
1. Obtener todas las posibles configuraciones de equilibrio;
2. Discutir la estabilidad de las mismas;
3. Calcular la reacción en A para dichas configuraciones;



(Examen parcial, curso 1997/1998)

★

88. Una varilla sin masa AB puede moverse en un plano vertical manteniéndose tangente a una circunferencia fija de radio R , sobre la que rueda sin deslizar. El extremo A de la varilla tiene soldada una partícula P de masa m , y existe otra partícula Q de masa m que puede deslizarse sin rozamiento ensartada en la varilla. Cuando la varilla está horizontal, su punto de tangencia está a una distancia R de A . Entre la partícula Q y el punto C de la varilla, que dista $2R$ del extremo A , existe un resorte de constante elástica k y longitud natural nula. Se supone que la varilla es lo suficientemente larga como para que la partícula Q no la abandone nunca, y que ni las partículas ni el resorte interfieren a la rodadura de la varilla. Se pide:

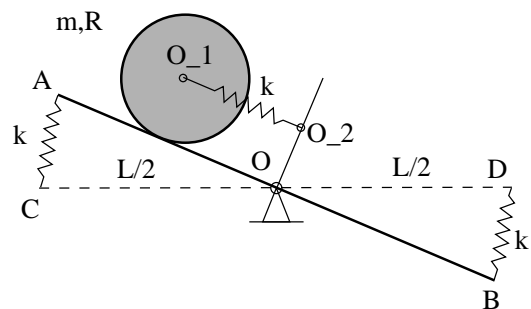


1. Ecuaciones dinámicas generales del movimiento.
2. Determinar las posiciones de equilibrio para el caso en que $k > \frac{mg}{2R}$, y demostrar que sólo una de ellas es estable.
3. Demostrar que si $k < \frac{mg}{2R}$ la posición de equilibrio estable obtenida en el apartado 2 es en este caso inestable. Comprobar además que en este caso existe una nueva posición de equilibrio, expresando la ecuación que permitiría su cálculo.
4. Estudiar las pequeñas oscilaciones alrededor de la posición de equilibrio estable que resulta con $k = \frac{mg}{R}$, calculando las frecuencias propias y los modos normales de vibración.

(Examen parcial y final, curso 1998/1999)

★

89. Una barra de longitud $L = 2R\sqrt{2}$ y masa $M = 3m$ puede girar libremente alrededor de su punto central fijo O . Sobre esta barra rueda sin deslizar un disco de masa m y radio R . Los extremos A y B están unidos mediante sendos resortes iguales de constante k a dos puntos fijos C y D , equidistantes una distancia $L/2$ de O (ver figura adjunta). Además, el centro O_1 del disco está unido a un punto O_2 , situado siempre a una altura R sobre el centro de la barra, mediante otro resorte de constante k . Todos los resortes tienen longitud natural nula, y el sistema se mueve siempre contenido en un plano vertical fijo. Además, se considera que el anclaje del punto O_2 no interfiere en el movimiento del disco.



Se pide:

1. Discutir la existencia de posiciones de equilibrio en función del valor de k .
2. Discutir la estabilidad de las posiciones de equilibrio para $k = mg/(2R)$.

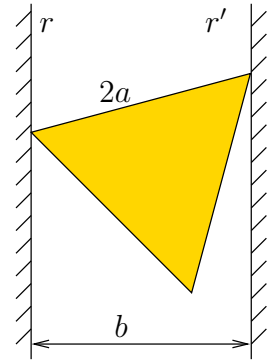
(Examen final, curso 1999/2000)

★

90. Una placa triangular equilátera, de lado $2a$ y peso P , se encuentra confinada en un plano vertical entre dos rectas verticales rugosas r y r' que distan entre sí una distancia b (por supuesto, se cumple siempre que $a\sqrt{3} < b < 2a$), de forma que se apoya contra ellas por sus dos vértices superiores quedando acodalada.

Se pide:

1. Obtener el mínimo valor del coeficiente k de rozamiento al deslizamiento de forma que la placa permanezca en equilibrio, en función de a y de b .
2. Calcular el valor de las reacciones de r y r' en el supuesto de que el rozamiento tenga el valor mínimo arriba calculado, es decir, si la placa está en el límite de deslizamiento.
3. Demostrar que existe un valor mínimo k_0 del coeficiente de rozamiento que permite que la placa está en equilibrio para cualquier valor de b dentro del rango especificado, y calcular k_0 .



★