

MECÁNICA

11. Una masa m de 400 kg puede deslizar sin rozamiento sobre un eje horizontal, unida mediante un resorte de constante elástica $k = 10^5$ N/m a una base fija. Existe además un amortiguamiento viscoso, que reduce la amplitud de la oscilación libre a la centésima parte cada 10 s. Se pide:

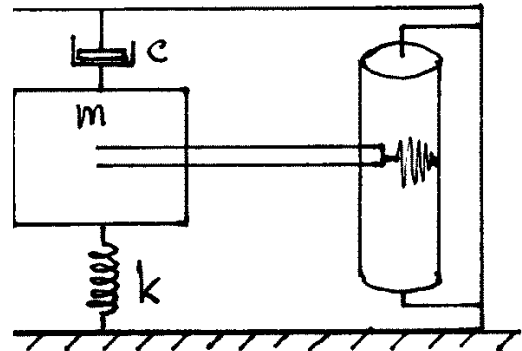
- Valor de la constante c de amortiguamiento
- Suponiendo que parte de 0,5 m desde la posición de equilibrio sin velocidad, en vibración libre, obtener la ecuación del movimiento y calcular la posición al cabo de 2 s.
- Suponiendo ahora que a la base se le comunica un movimiento impuesto armónico, de amplitud 0,01 m y frecuencia 2 Hz, obtener el movimiento durante el régimen transitorio, así como en el régimen permanente. Como condiciones iniciales, se admitirá que parte de reposo desde la posición de equilibrio.
- Obtener la frecuencia de la excitación que produce la máxima amplitud del movimiento y el valor de la misma (resonancia).

★

12. El aparato cuyo esquema se representa en la figura es un sismógrafo.

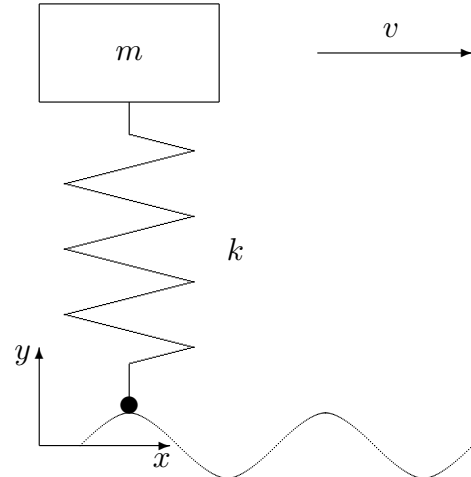
Se pide:

1. Escribir la ecuación diferencial que permite calcular el desplazamiento relativo x , cuando la caja está animada de un movimiento vertical armónico $X(t) = R \sin \Omega t$.
2. Integrar esta ecuación diferencial. Demostrar que las oscilaciones libres se amortiguan rápidamente. Tomando sólo en cuenta las oscilaciones forzadas debidas al movimiento de pulsación Ω , calcular la relación r/R en función de Ω/ω_0 . Se denomina r a la amplitud del movimiento relativo $x(t)$, R a la amplitud del movimiento forzado $X(t)$ y ω_0 a la pulsación del movimiento libre no amortiguado.
3. Demostrar que la medida de la amplitud r del movimiento relativo permite determinar: o bien la amplitud R del movimiento forzado, si Ω es muy grande con relación a ω_0 ; o bien la aceleración máxima $\Omega^2 R$ del movimiento forzado, si Ω es muy pequeño en relación a ω_0 .



★

13. Un vehículo de masa m posee una suspensión que se puede representar mediante un resorte elástico de constante k y amortiguamiento despreciable, interpuesto entre la masa del vehículo y las ruedas (consideradas de masa despreciable), tal como se muestra en la figura adjunta. Se pide:



1. El vehículo viaja con velocidad constante v sobre un pavimento irregular, pudiendo representarse la superficie del mismo como ondulaciones de la superficie según la coordenada x en dirección de la marcha

$$y = a \operatorname{sen} \lambda x$$

siendo y la coordenada vertical. Calcular la amplitud del movimiento y la aceleración máxima experimentada por el vehículo en el régimen permanente (admitiendo que se alcanza el mismo gracias a un pequeño amortiguamiento inevitable), así como el cociente entre dicha aceleración y la que se produciría en caso de no haber suspensión de ningún tipo.

2. El vehículo viaja con velocidad constante v sobre un pavimento regular y horizontal en el que existe un pequeño escalón transversal de altura h y longitud L . Estudiar el movimiento vertical del vehículo (en el régimen transitorio), calculando el periodo propio y la amplitud de las oscilaciones. Se supondrá que:
 - La rueda pasa instantáneamente del pavimento al escalón y viceversa.
 - No existen efectos relativos a percusiones.
 - Se desprecia el desplazamiento vertical que pueda sufrir la carrocería del vehículo al subir el escalón.

★

14. El comportamiento dinámico de una estructura de antena de televisión puede estudiarse en primera aproximación como un sistema de 1 gdl de masa M y rigidez k frente a desplazamientos horizontales x . Se pretende estudiar la respuesta dinámica frente a una explosión. La carga asociada a la misma se caracteriza mediante una función lineal del tiempo de valor P_0 en el instante inicial y valor nulo en el instante t_1 .

Se pide:

1. Desplazamiento horizontal de la torre a lo largo del tiempo en función de P_0 y t_1/T , siendo $T = 2\pi/\omega_0$ el período propio de la estructura.
2. Estudiar en qué instante tiene lugar el desplazamiento máximo (x_{max}) de la estructura.
3. Valor máximo del esfuerzo cortante desarrollado por la estructura ($F_{max} = kx_{max}$) para dos casos distintos, $t_1 = 0,05$ s y $t_1 = 0,005$ s, siendo $M = 600\,000$ kg, $k = 4 \cdot 10^6$ kN/m y $P_0 = 10^4$ kN.

★

15. Una balanza está formada por un platillo de masa m , sustentado por un resorte lineal sin amortiguamiento. Se sabe que al colocar el platillo en el resorte, éste sufre un descenso δ hasta la nueva posición de equilibrio. Con la balanza en reposo, cae sobre el platillo desde una altura h una masa $M = 3m$, siendo el choque perfectamente plástico (coeficiente de restitución nulo). Se pide:

- a. Ecuaciones del movimiento subsiguiente.
- b. Valor mínimo de h para que a lo largo del movimiento la masa se despegue del platillo (se debe considerar que después del primer choque la masa no queda adherida al platillo).

★