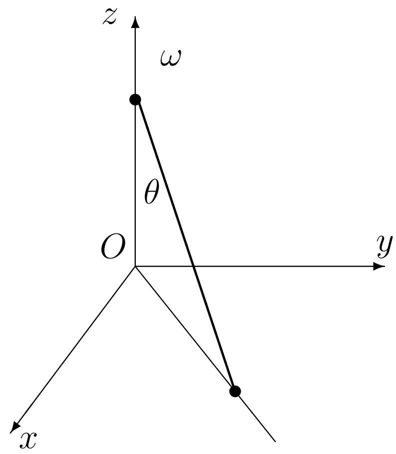
MECÁNICA

37. Sea una varilla sin masa, de longitud $2a$, con sendas masas puntuales en los extremos de valor m, que están obligados a moverse sobre sendas rectas, una vertical y otra horizontal, cortándose ambas en un punto O. Al plano que contiene ambas rectas se le obliga a girar con una velocidad angular constante ω alrededor de la recta vertical.



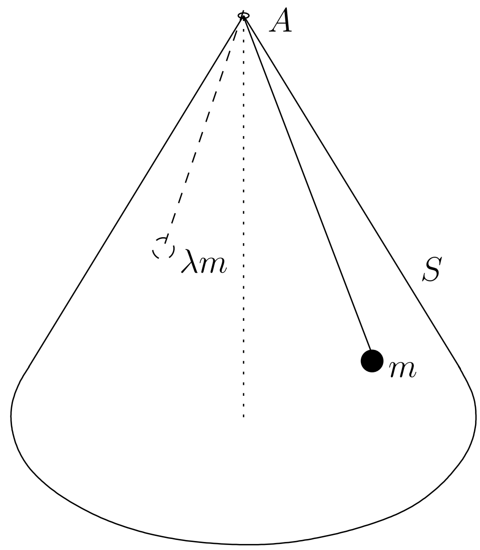
Sea θ el ángulo que forma la barra con la recta vertical.

Se pide:

1. Discutir la existencia de integrales primeras del movimiento.
2. Si cuando $\theta = \pi/2$, $\dot{\theta} = \omega$, expresar el valor de $\dot{\theta}$ a lo largo del movimiento.
3. Obtener las reacciones sobre los extremos de la varilla en un instante genérico.

⋆

38. Dos partículas, de masas respectivas m y λm, están unidas mediante un hilo inextensible de longitud $2b$. Este hilo pasa por un pequeño agujero existente en el vértice A de una superficie cónica S fija, lisa, de eje vertical y semiángulo α. Mientras m permanece sobre la superficie S por debajo de A con ligadura unilateral lisa, la otra partícula λm pende libremente, permaneciendo en el volumen interior determinado por S. Se pide:

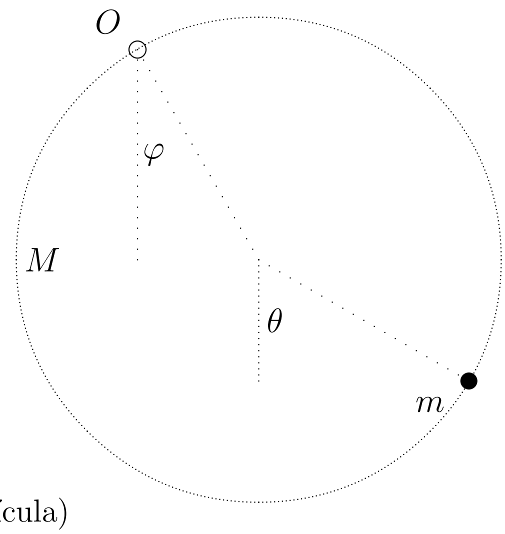


1. Suponiendo que el movimiento comienza con unas condiciones iniciales generales, a) Escoger unos parámetros adecuados para estudiarlo y determinar el n.º de grados de libertad; b) Obtener las integrales primeras que pudiera haber e interpretarlas físicamente; c) Obtener las ecuaciones diferenciales de segundo orden del movimiento.
2. Suponemos ahora que inicialmente λm parte del reposo, a una distancia b en la vertical por debajo de A, y m tiene una velocidad v_0 con el hilo tenso. Encontrar los valores entre los que debe estar comprendido λ así como el valor adecuado de v_0 para que λm permanezca en reposo y m no se separe de S.

(Examen parcial y final, Curso 2000/01)

⋆

39. Un aro homogéneo de masa m y radio r cuelga de un punto fijo O de su perímetro, oscilando en un plano vertical. A su vez, sobre el aro está situada una partícula de masa m con ligadura bilateral, pudiendo deslizar a lo largo del mismo sin resistencias pasivas. Se pide:



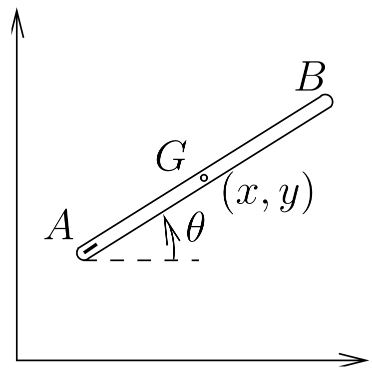
a. Ecuaciones del movimiento.

b. Calcular la reacción del aro sobre la partícula
(*sugerencia:* emplear multiplicadores de Lagrange para imponer la ligadura bilateral de la partícula)

---

40. Una barra homogénea AB de masa m y longitud l se mueve en un plano horizontal. En el extremo A tiene un apoyo en forma de pequeña cuchilla, que impide el movimiento de dicho punto en dirección perpendicular a la varilla.

Se pide:



1. Expresar la ecuación de ligadura anholónoma.

2. Usando (x, y, θ) como coordenadas, obtener las ecuaciones diferenciales del movimiento. Emplear para ello el formalismo de la dinámica analítica, haciendo uso de la técnica de multiplicadores de Lagrange para eliminar la citada ligadura.

3. Demostrar que el multiplicador de Lagrange λ representa la fuerza transversal de restricción en ese punto.

(Examen Parcial y Final, curso 98/99)
