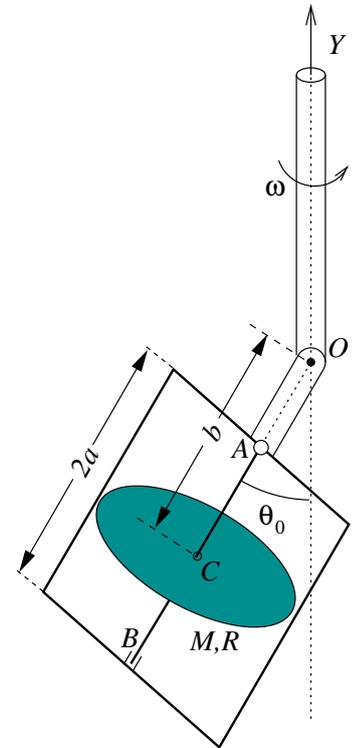


49. Un giróscopo está formado por un disco circular de masa  $M$  y radio  $R$  normal a un eje  $AB$  de masa despreciable, montado sobre un bastidor en  $A$  y  $B$  con articulaciones sin rozamiento que permiten el giro libre. El bastidor se halla articulado en un punto  $O$  alineado con  $AB$  a un árbol vertical  $OY$ . A este árbol vertical se le comunica una velocidad de rotación impuesta de valor constante  $\omega$ , que transmite al bastidor a través de la articulación cilíndrica. (Es decir, esta articulación cilíndrica obliga al eje  $OAB$  a moverse dentro del plano vertical móvil que contiene al eje  $OY$  y es normal al bulón que materializa el eje de la articulación, permitiendo tan sólo el giro libre dentro de dicho plano vertical.) Las distancias  $\overline{AB}$  y  $\overline{CO}$  valen  $2a$  y  $b$  respectivamente. En el instante inicial el eje  $AB$  forma un ángulo  $\theta_0$  con la vertical descendente y no posee movimiento vertical, mientras que el giróscopo tiene una componente de la velocidad de rotación alrededor de su eje  $\omega_{z,0}$ .

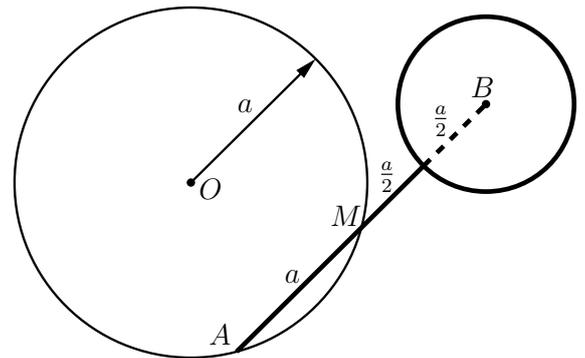


1. Demostrar que la componente de velocidad de rotación del giróscopo alrededor de su eje de revolución es constante.
2. Calcular las reacciones del bastidor sobre el giróscopo en los puntos  $A$  y  $B$ , expresándolas en función de los grados de libertad. Deberá considerarse que la articulación en  $B$  del giróscopo no restringe el movimiento en dirección axial ( $AB$ ).

(Examen Febrero, curso 03/04)

★

50. Un sólido rígido pesado está formado por una varilla  $AB$  de masa  $m$  y longitud  $2a$ , y una esfera maciza de la misma masa con centro  $B$  y radio  $a/2$ . El sólido se mueve manteniendo el extremo  $A$  y el punto medio de la varilla  $M$  deslizando sin rozamiento sobre una circunferencia vertical fija de radio  $a$ .



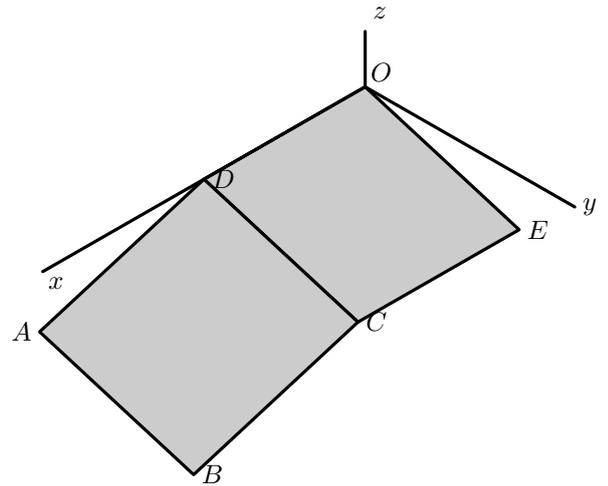
Se pide:

1. Determinar el número de grados de libertad del sistema, y seleccionar un conjunto adecuado de coordenadas generalizadas.
2. Discutir la existencia de integrales primeras del movimiento del sistema y obtener las expresiones de las mismas.
3. Determinar las reacciones sobre la varilla en  $A$  y en  $M$ , en función de las coordenadas generalizadas y sus derivadas.

(Examen final, Curso 07/08)

★

**51.** Un sistema está formado por dos placas cuadradas  $ODCE$  y  $DABC$ , de lado  $a$  y masa  $m$  cada una. Las placas pueden moverse de modo que el lado  $OD$  está fijo en el eje  $x$  coincidiendo  $O$  con el origen y ambas placas están articuladas entre sí en el lado  $DC$ . Se pide:

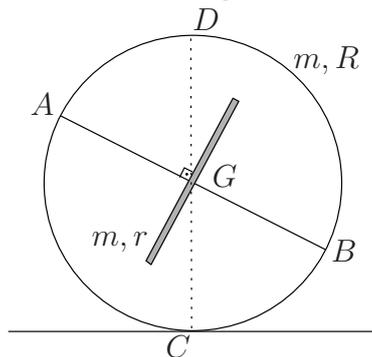


1. Grados de libertad y coordenadas generalizadas del sistema.
2. Tensor de inercia del cuadrado  $DABC$  respecto del vértice  $D$ .
3. Ecuaciones diferenciales de segundo orden del movimiento.
4. Integrales primeras del movimiento.

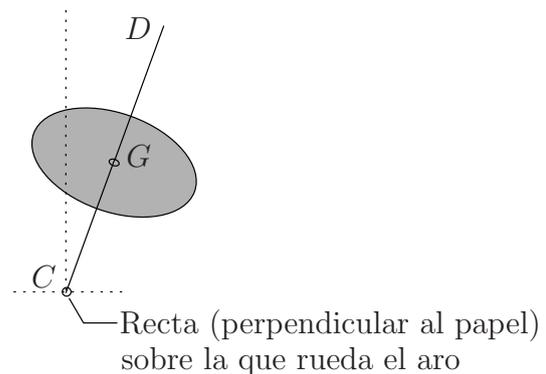
(Examen final, curso 05/06)

★

**52.** Un aro pesado de masa  $m$  y radio  $R$  rueda sin deslizar sobre una recta horizontal fija. Este movimiento se produce de forma que, aunque el aro se mantiene coplanario con la recta sobre la que rueda, puede girar libremente alrededor de esta.



Vista del plano del aro (fuera de la vertical en una posición genérica)



Vista lateral, según el canto del aro

El aro tiene una varilla, de masa despreciable, soldada según uno de sus diámetros  $AB$ . Esta varilla es el eje alrededor del cual puede girar libremente un disco pesado de masa  $m$  y radio  $r < R$ . Su centro  $G$  se encuentra en el punto medio del eje, y su plano siempre es perpendicular a dicho eje. Se pide

1. Determinar el número de grados de libertad del sistema completo, y seleccionar razonadamente un conjunto de parámetros que los representen adecuadamente;
2. Discutir la existencia de integrales primeras del movimiento del sistema;
3. Ecuaciones diferenciales del movimiento del sistema;
4. Calcular el momento  $M$  que es necesario aplicar al aro para que su plano contenga en todo momento a la recta sobre la que rueda.

(Examen Parcial, curso 04/05)

★