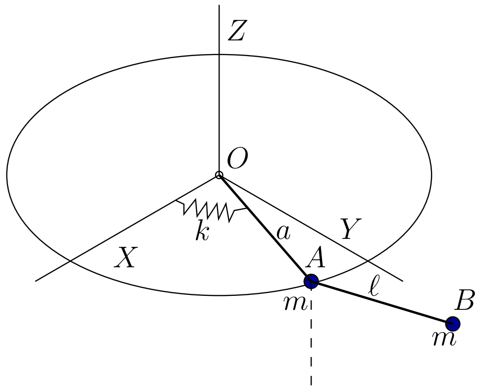
MECÁNICA

61. Se considera un sistema formado por dos varillas rígidas OA y AB de masa despreciable y longitudes a y ℓ respectivamente, con masas puntuales m en los extremos A y B. El punto O es fijo, mientras que A se mantiene en un plano horizontal por O, pudiendo girar la varilla en dicho plano bajo la acción de un resorte torsional que produce un momento proporcional al ángulo girado por OA respecto a OX, con constante de proporcionalidad $k = 2mga^2/\ell$. La varilla AB oscila libremente dentro de un plano vertical móvil perpendicular a OA, sometida a su peso. Se pide:

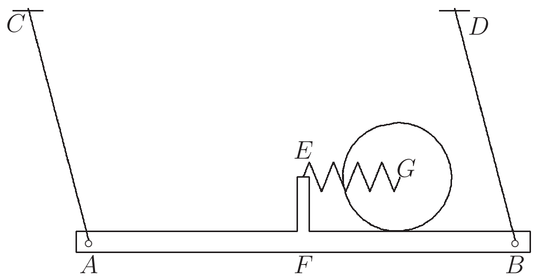


1. Obtener las expresiones de las energías cinética y potencial en función de los grados de libertad.
2. Ecuaciones de la dinámica linealizadas para pequeñas oscilaciones alrededor de la posición de equilibrio estable.
3. Frecuencias propias y modos normales de vibración (no es necesario normalizar respecto de la matriz de masas).
4. El sistema se somete a un movimiento sísmico en dirección del eje horizontal OY, de amplitud $y = b \operatorname{sen} \Omega t$, siendo $\Omega^2 = 2g/\ell$. Admitiendo la misma hipótesis de pequeñas oscilaciones, obtener el movimiento en régimen permanente (suponiendo un pequeño amortiguamiento inevitable).

(Examen Final, curso 07/08)

---

62. El sistema material de la figura, situado en un plano vertical, está constituido por la varilla rectilínea AB, homogénea y pesada, de masa m y longitud a, y por un disco homogéneo y pesado de centro G, con masa m y radio R.



Los extremos C y D de dos varillas iguales AC y BD, sin masa y de longitud a, se articulan en dos puntos fijos del plano vertical situados sobre una misma horizontal a distancia a, mientras que los otros extremos A y B se articulan en los extremos de la varilla AB.

Una varilla EF sin masa, de longitud R, se une rígidamente al punto medio F de AB.

Los extremos de un muelle de longitud natural cero y constante de rigidez k se unen a los puntos E y G.

El sistema se mueve en el plano vertical, girando las varillas AC y BD alrededor de C y D respectivamente y rodando sin deslizar el disco sobre la varilla AB.

Se pide:

1. Calcular la energía cinética del sistema.

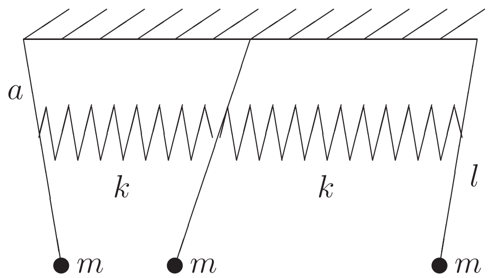
2. Calcular la energía potencial del sistema.

3. Plantear las ecuaciones que determinan el movimiento del sistema.

4. Estudiar los pequeños movimientos del sistema alrededor de la posición de equilibrio estable.

---

63. Un conjunto de 3 péndulos simples iguales, de longitud l y masa puntual m cada uno, oscilan en un plano vertical. Se hallan sujetos entre sí por 2 resortes iguales de constante k cada uno, en dirección horizontal y a una altura a por debajo del punto de suspensión, de forma que en la posición de equilibrio no ejercen fuerza alguna.



Se pide:

a. Ecuaciones del movimiento y su linealización para pequeñas oscilaciones.

b. Frecuencias y modos propios de vibración del sistema.

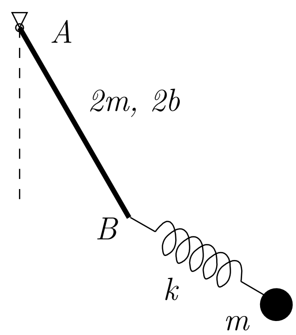
c. Expresión de las coordenadas normales.

d. Integración de las ecuaciones para las condiciones iniciales siguentes:

$$\begin{aligned}(\theta_1)_0 = &\ (\theta_2)_0 = (\theta_3)_0 = 0\\ (\dot\theta_1)_0 = &\ 2; (\dot\theta_2)_0 = 1; (\dot\theta_3)_0 = 0\end{aligned}$$

---

64. Una partícula de masa m está unida al extremo de un hilo elástico, de longitud natural b y constante $k = 3mg/b$, cuyo otro extremo va unido al extremo B de una barra homogénea AB, de masa $2m$ y longitud $2b$, cuyo extremo A está fijo. El conjunto puede moverse en un plano vertical.



Se pide:

1. Ecuaciones generales de la dinámica del sistema y su linealización para pequeñas oscilaciones alrededor de la posición de equilibrio estable.

2. Frecuencias propias del sistema y modos normales de vibración.

3. Expresión de las coordenadas normales.

Examen Final, 6/09/2004)
