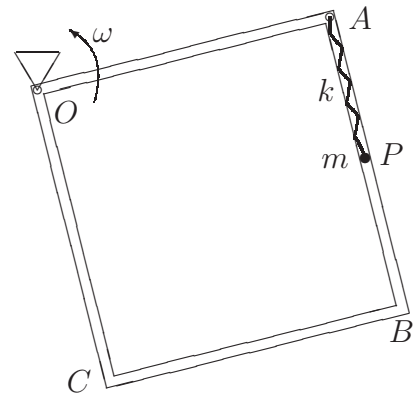


5. Un cuadrado indeformable  $OABC$ , formado por 4 varillas huecas de longitud  $l$  cada una, se mueve en un plano horizontal alrededor del vértice fijo  $O$  con velocidad de giro constante  $\omega$ . En el lado  $AB$ , según indica la figura, puede moverse sin rozamiento una partícula  $P$  de masa  $m$ , unida al vértice  $A$  mediante un resorte de constante  $k$  y longitud nula sin tensión. Se pide:

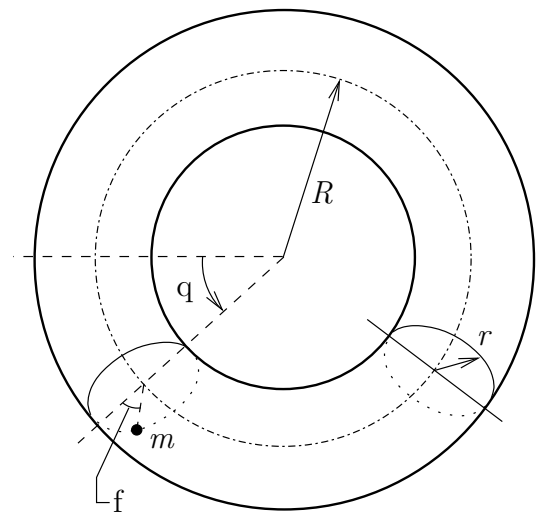


1. Aceleración absoluta de  $P$ , en sus componentes normal y tangencial a  $AB$ , para un instante genérico. Se tomará como parámetro  $u = AP$ .
2. Ecuación diferencial del movimiento de  $P$  relativo a  $AB$ .
3. Suponiendo que inicialmente  $u(0) = u_0$  y  $\dot{u}(0) = 0$ , estudiar la posibilidad de equilibrio relativo estable, en función de la relación entre  $\omega$  y  $k$ .
4. Reacción de la varilla  $AB$  sobre  $P$ .

(Ejercicio 3.º, Examen parcial, 1996)

★

6. Una partícula pesada se mueve con ligadura bilateral lisa sobre una superficie toroidal fija, cuya línea media es una circunferencia vertical de radio  $R$ , y su sección normal es otra circunferencia de radio  $r$ . La posición de la partícula queda determinada por los ángulos  $\theta$  y  $\phi$  de la figura adjunta.



Se pide:

1. Discutir la existencia de integrales primeras del movimiento de la partícula;
2. Expresar las ecuaciones diferenciales del movimiento de la partícula en función de  $\theta$ ,  $\phi$  y sus derivadas;
3. Expresión de la reacción sobre la partícula en un instante genérico.

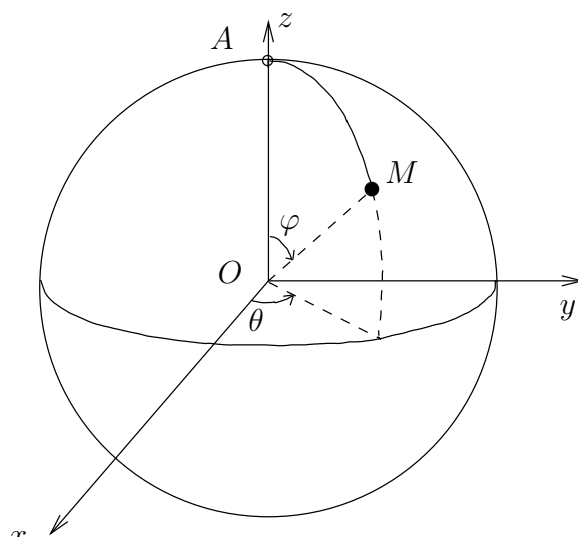
(Problema puntuable, curso 04/05)

★

7. Un punto material  $M$  de masa  $m$ , pesado, se mueve sin rozamiento sobre una esfera de centro  $O$  y radio  $R$  con ligadura bilateral. El punto  $M$  está unido mediante una goma elástica de longitud natural cero y constante de rigidez  $k$  al punto  $A$  de la esfera ( $OA$  es la vertical ascendente). La goma se apoya en todo momento sobre la cara exterior de la esfera.

Se pide:

1. Determinar la función potencial de la que derivan las fuerzas directamente aplicadas al punto.
2. Determinar las integrales primeras de donde se deduce el movimiento del punto para unas condiciones iniciales arbitrarias.
3. Determinar qué condición debe verificar  $k$  y qué condiciones iniciales se necesitan para que el punto describa el paralelo correspondiente a  $\varphi = 60^\circ$ .
4. En el caso particular en el que  $k = mg/R$  y las condiciones iniciales sean  $\varphi = 60^\circ$  y el punto se lance con una velocidad inicial  $v_0$  tangente al paralelo correspondiente, se pide:
  - a) Justificar razonadamente si el punto inmediatamente después del instante inicial subirá o bajará.
  - b) Calcular la reacción normal de la esfera en el instante inicial.

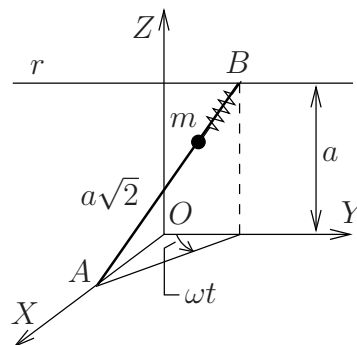


(Problema Puntuable, Curso 99/00)

★

8. Una varilla  $AB$  sin masa y longitud  $a\sqrt{2}$  se mueve de forma que su extremo  $A$  desliza sobre el eje  $OX$  y el otro extremo  $B$  sobre una recta horizontal  $r$  que se encuentra en el plano  $OYZ$  a una altura  $a$ . A su vez, una partícula pesada de masa  $m$  se mueve en todo momento a lo largo de la varilla con ligadura bilateral lisa unida al extremo  $B$  a través de un resorte de constante  $k$  y longitud natural nula.

La varilla tiene un movimiento impuesto tal que en un instante genérico el ángulo entre su proyección horizontal y el eje  $OY$  vale  $\omega t$ , tal y como muestra la figura adjunta.



Se supone que no existe rozamiento entre ninguno de los elementos móviles del sistema, y que la partícula no alcanza ninguno de los dos extremos de la varilla durante el movimiento. Se pide:

1. Ecuación diferencial del movimiento de la partícula relativo a la varilla  $AB$ .
2. Determinar el valor mínimo de  $k$  para que este movimiento sea oscilatorio.
3. Expresión de la reacción de la varilla sobre la partícula en un instante genérico.

(Examen Parcial, curso 00/01)

★