

MECÁNICA

9. Un oscilador lineal está formado por una masa $m = 10$ kg, con un resorte elástico de constante $k = 10\,000$ N/m. Para determinar el coeficiente de amortiguamiento viscoso c , se sabe que sometido a vibraciones libres, el movimiento reduce su amplitud a la mitad al cabo de 100s. Estando el sistema en reposo, comienza a actuar de manera súbita una fuerza constante de valor $F = 1000$ N, manteniéndose esta carga a lo largo del tiempo. Se pide:

- Calcular el valor de c .
- Ecuación del movimiento para el régimen transitorio con el valor de c calculado antes.
- Ecuación del movimiento para el régimen permanente (transcurrido suficiente tiempo).
- Suponiendo que el valor de c es muy pequeño, y se puede por tanto despreciar a efecto del régimen transitorio, obtener la máxima elongación de este movimiento respecto a la posición inicial, y calcular el factor de amplificación.

(Se llama factor de amplificación al cociente entre la máxima elongación del movimiento para la carga dinámica y la que produciría en el resorte una carga estática, impuesta de forma suficientemente lenta para que no se produzcan vibraciones)

★

10. Una masa m se mueve según una recta horizontal lisa, unida por un resorte lineal de constante $k = m\omega_0^2$ a un punto Q de la misma, con un amortiguamiento viscoso de constante $c = 2m\xi\omega_0$ asociado a dicho resorte. Se impone al punto Q un movimiento armónico de amplitud A y frecuencia angular Ω según dicha recta. En función de la elongación del resorte (x), obtener de forma justificada:

- ecuación diferencial del movimiento;
- amplitud del movimiento en régimen permanente.

★

11. Un punto material de masa m es atraído, con fuerzas elásticas proporcionales a las distancias respectivas a los mismos, por un conjunto de n puntos fijos P_1, P_2, \dots, P_n , situados en el espacio tridimensional, siendo k_1, k_2, \dots, k_n las constantes de elasticidad de estas atracciones. El punto material se mueve sin rozamiento sobre un plano que forma un ángulo α con la horizontal. Se pide:

- Probar que la resultante de las atracciones elásticas respecto de los n puntos es equivalente a una atracción elástica desde un único punto Q . Hallar la posición de Q y calcular el valor del coeficiente de elasticidad equivalente.
- Demostrar que el movimiento del punto material equivale a una oscilación lineal en dos dimensiones.
- Obtener la ecuación de la trayectoria del punto material sobre el plano, demostrando que se trata de una elipse.

★

12. Un oscilador lineal está formado por una masa $m = 10 \text{ kg}$ unida a un resorte elástico de constante $k = 100 \text{ N/m}$ y un amortiguamiento viscoso $c = 20 \text{ Ns/m}$. Suponiendo que en el instante inicial el cuerpo está en reposo y se le imprime una velocidad inicial $v_0 = 4 \text{ m/s}$, se pide:

- a. Si no existe ninguna acción externa, hallar la ecuación del movimiento y el tiempo necesario para que la amplitud de oscilación se reduzca a la mitad.

Suponiendo que sobre la masa actúa una acción exterior armónica, $F = 10 \text{ sen } 10t$ (donde F se expresa en Newtons y t en segundos), calcular:

- b. Ecuación del movimiento para régimen permanente.
- c. Ecuación del movimiento para régimen transitorio.
- d. Frecuencia y amplitud de resonancia, y factor de amplificación.

★