

**21.** Estudiar la estabilidad de la órbita circular para una partícula sometida a una fuerza central atractiva de módulo  $F(r) = k/r^n$ , siendo  $k > 0$  una constante.

---

\*

**22.** Desde un determinado punto de la tierra se lanza un satélite  $S$  con una velocidad

$$v_0 = \sqrt{\frac{6}{5}gR}$$

que es tangente a la superficie terrestre. En el momento en que  $S$  pasa por primera vez por el apogeo  $T_1$  de su órbita se incrementa instantáneamente su velocidad en una cantidad  $\Delta v_1$  con objeto de conseguir una segunda órbita tal que el nuevo apogeo  $T_2$  esté situado a doble altura sobre el nivel del mar que el apogeo  $T_1$ .

Cuando el satélite llega al apogeo  $T_2$  de su nueva órbita se vuelve a incrementar su velocidad en una cantidad  $\Delta v_2$  con vistas a obtener una órbita circular. Se pide:

1. Altura sobre el nivel del mar del punto  $T_1$  en el que se realiza el incremento de velocidad  $\Delta v_1$ .
2. Valor de  $\Delta v_1$ .
3. Valor de  $\Delta v_2$ .
4. Velocidad de  $S$  en la órbita circular conseguida después del paso por  $T_2$ .
5. Tiempo transcurrido desde el lanzamiento de  $S$  hasta alcanzar  $T_2$ .

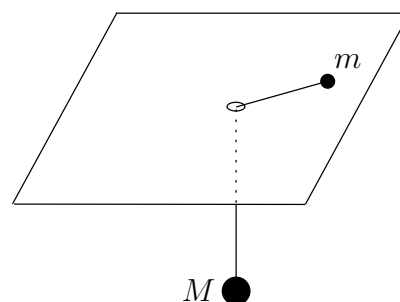
NOTA: Se supondrá la tierra fija en el espacio y se asimilará a una esfera de radio  $R$  perfectamente homogénea, de forma que la fuerza que ejerce sobre un punto material de masa  $m$  situado a una distancia  $r$  de su centro será:

$$\mathbf{F} = -G \frac{Mm}{r^2} \mathbf{u}_r$$

---

\*

**23.** Dos partículas, de masas  $m$  y  $M$ , están unidas entre sí por medio de un hilo (inextensible, de masa despreciable y longitud  $2b$  que pasa por un pequeño agujero  $O$ , abierto en una mesa horizontal lisa. Estando el sistema en reposo, sujetando  $m$  sobre la mesa a una distancia  $b$  de  $O$ , se imprime a  $m$  una velocidad  $v_0$  horizontal, perpendicular al plano del hilo.



Se pide:

1. Plantear las integrales primeras del movimiento del sistema.
2. Demostrar que, siendo  $v_0$  no nula,  $m$  no alcanzará nunca el punto  $O$ , mientras que a partir de un valor de  $v_0$  (que se calculará),  $M$  lo alcanzará.
3. Encontrar la tensión  $T$  del hilo en función de la distancia  $Om = u$ .
4. Si, en lugar de la masa  $M$ , se aplica al extremo del hilo una fuerza  $F = Mg$  (constante, vertical, descendente), analizar qué aspectos de los estudiados cambian y cuáles permanecen igual.

---

★

**24.** Un satélite artificial se mueve en órbita circular de radio  $\lambda R$  (siendo  $R$  el radio de la Tierra y  $\lambda > 1$ ). Se modifica el módulo de su velocidad (sin alterar dirección ni sentido) de forma que su energía total sea  $4/5$  de la anterior. Se pide:

1. Calcular la excentricidad de la nueva órbita, comprobando que es independiente de  $\lambda$ .
2. Encontrar la máxima distancia del satélite a la superficie terrestre, así como el tiempo que tardará en alcanzar esa posición, contado desde que se modificó su velocidad.

---

★