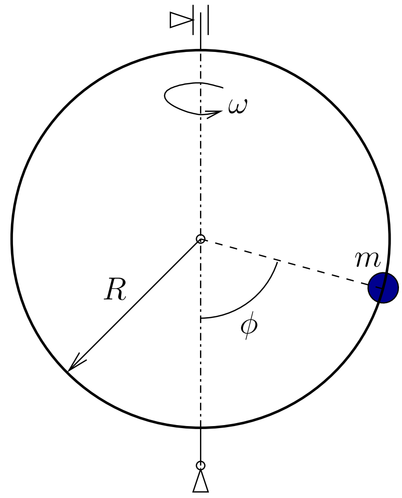
Práctica nº 1 curso 2009-2010

MECÁNICA

1. Se considera un aro circular de radio R, que puede girar alrededor de un diámetro vertical fijo, teniendo una velocidad de rotación impuesta de valor ω alrededor del mismo. Una partícula pesada de masa m está obligada a permanecer en el aro, sobre el cual puede deslizar sin rozamiento. Se pide:



1. Obtener la expresión de la aceleración de la partícula en una configuración genérica.
2. Ecuación que expresa la dinámica del movimiento de la partícula relativa al aro, en función del ángulo ϕ y sus derivadas (ecuación diferencial del movimiento).
3. Expresiones de las reacciones del aro sobre la partícula, en función de ϕ y sus derivadas. Calcular el par que sería necesario realizar sobre el aro para producir el movimiento impuesto ω.
4. ¿Se conserva la energía mecánica de la partícula? ¿y su momento cinético respecto al eje vertical? Razonar las respuestas.

(Problema puntuable, curso 08/09)

---

2. Una partícula pesada de masa m se mueve en todo momento sobre una hélice circular de radio R y paso $2\pi b$, cuya ecuación se expresa como:

$$x = R\cos\theta$$
$$y = R\,\mathrm{sen}\,\theta$$
$$z = b\,\theta$$

Además de la gravedad, la partícula está sujeta a una fuerza atractiva proporcional a la distancia desde origen a la partícula y cuya constante de proporcionalidad es k.

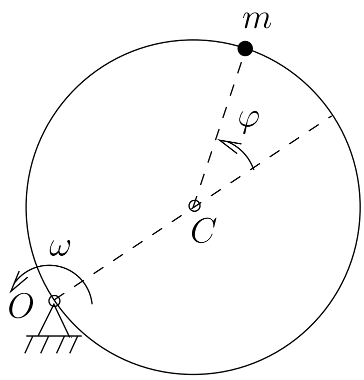
Se pide:

1. Expresar las ecuaciones de la dinámica de la partícula.
2. Discutir la existencia de integrales primeras y, en caso de existir, calcularlas.
3. Suponiendo que la partícula parte de $z = 0$ con velocidad nula, calcular la altura máxima y mínima entre las que se desarrolla el movimiento.
4. Calcular la reacción ejercida por la curva.

(Problema puntuable, curso 08/09)

---

3. Una partícula de masa m está ligada a una circunferencia lisa de radio R sobre la que desliza libremente. A su vez la circunferencia se mueve en un plano horizontal, girando con velocidad de rotación uniforme ω alrededor de un punto O de su perímetro.



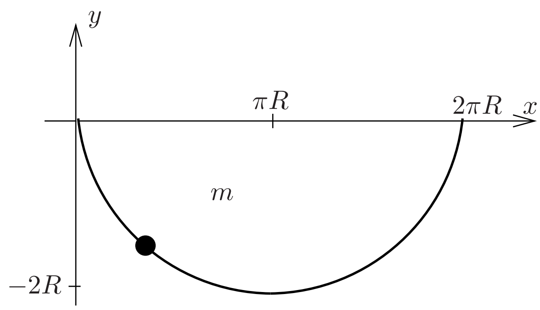
Se pide:

1. Empleando como parámetro el ángulo φ (ver figura adjunta), determinar la aceleración (absoluta) de la partícula en un instante genérico.
2. Obtener la ecuación diferencial del movimiento.
3. Obtener la expresión de la reacción de la circunferencia sobre la partícula.
4. ¿Se conserva la energía total (T+V)? (responder razonadamente).
5. Obtener una integral primera del sistema (constante del movimiento, igual a una expresión de las derivadas primeras, en este caso $\dot{\varphi}$). Tomar como condiciones iniciales $\varphi_0 = 0$, $\dot{\varphi}_0 = \omega$.

(Problema puntuable, curso 97/98)

⋆

4. Bajo la acción de la gravedad, una partícula m se mueve sin rozamiento sobre la cicloide (ver figura adjunta) definida en forma paramétrica por las expresiones:



$$x = R(\theta - \operatorname{sen}\theta); \quad y = -R(1 - \cos\theta),$$

con $0 \leq \theta \leq 2\pi$.

1. Obtener la relación $s(\theta)$, siendo s la longitud de arco medido desde el punto más bajo de la cicloide ($\theta = \pi$).
2. Obtener la ecuación dinámica del movimiento (ecuación diferencial de orden 2 en $s(t)$).
3. Si la partícula se libera partiendo del reposo, desde la posición $\theta = \pi/2$, obtener el tiempo que tarda en llegar al punto más bajo de la cicloide. Misma cuestión si parte del punto más alto ($\theta = 0$).

(Examen parcial, curso 97/98)

⋆