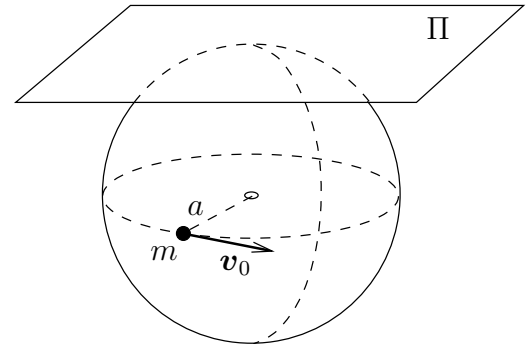


5. Una partícula material pesada de masa  $m$  está obligada a moverse sobre una esfera fija de radio  $a$  con ligadura bilateral lisa.

Además del peso actúa una fuerza atractiva hacia un plano fijo  $\Pi$ , que es tangente a la esfera en su punto más elevado. Esta fuerza es proporcional a la distancia, siendo  $k = 2mg/a$  la constante de proporcionalidad.

En el instante inicial el punto  $m$  se sitúa sobre el ecuador de la esfera con una velocidad inicial  $v_0 = \sqrt{2ga}$  horizontal.



Se pide:

1. Expresión de las ecuaciones diferenciales del movimiento de la partícula.
2. Reducir las ecuaciones del apartado anterior a cuadraturas.
3. Expresión de la reacción de la esfera sobre la partícula en un instante genérico.
4. Expresión que permitiría calcular los paralelos entre los que se desarrolla el movimiento.

(Problema Puntuable, Curso 02/03)

★

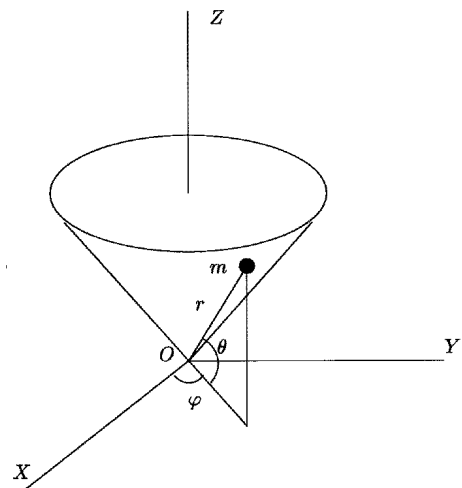
6. Una partícula pesada de masa  $m$  se mueve con ligadura bilateral sobre el cono:

$$x^2 + y^2 = z^2$$

siendo  $z > 0$ . En el instante inicial la partícula se encuentra en  $z = z_0$  con velocidad horizontal  $v_0 = \omega_0 z_0$ .

Se pide:

1. Ecuaciones diferenciales del movimiento.
2. Determinar entre qué valores de  $z$  se desarrolla el movimiento.
3. Calcular el valor necesario de  $\omega_0$  para que la trayectoria de la partícula sea una circunferencia.

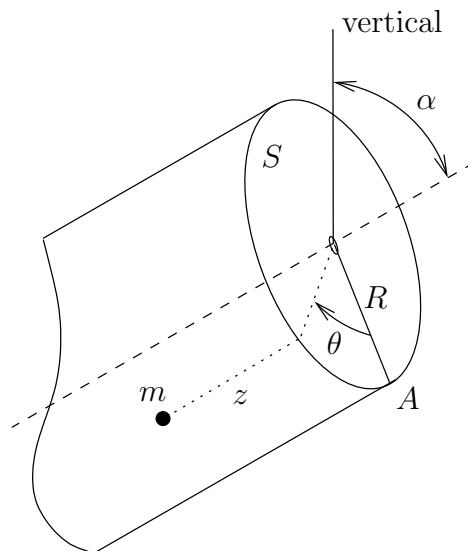


(Problema Puntuable, Curso 97/98)

★

7. Una partícula pesada de masa  $m$  se mueve sin rozamiento con ligadura bilateral sobre una superficie cilíndrica de revolución de radio  $R$  cuyo eje forma un ángulo  $\alpha$  con la vertical.

Para fijar la posición de la partícula sobre la superficie, consideramos una sección recta  $S$  de la misma, donde  $A$  es el punto más bajo de ella. La posición de la partícula queda entonces determinada mediante los parámetros  $\theta$  y  $z$  representados en la figura.

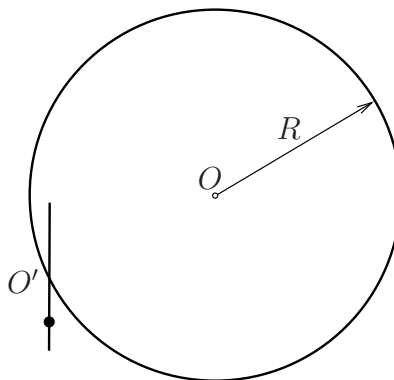


Se pide:

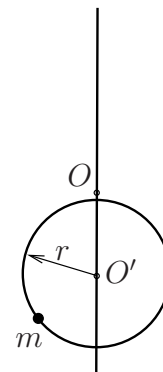
1. Expresión de las ecuaciones diferenciales de orden 2 del movimiento de la partícula;
2. Reducir las ecuaciones del apartado anterior a cuadraturas;
3. Discutir los distintos tipos de movimientos que pueden presentarse según los valores de  $\dot{\theta}_0$  si la partícula se lanza desde  $\theta_0 = \pi/2$ .

(Problema Puntuable, Curso 03/04)

8. Una partícula pesada de masa  $m$  se mueve con ligadura bilateral lisa en un aro sin masa de radio  $r$ . Este aro se mueve a su vez de forma que se mantiene siempre vertical y su centro  $O'$  desliza sin rozamiento sobre una circunferencia vertical fija de radio  $R$ . El plano vertical del aro es siempre perpendicular al plano vertical fijo de la circunferencia.



a) Vista frontal



b) Vista lateral

Se pide:

1. Determinar el número de grados de libertad del sistema y justificar la elección de parámetros que los representen. Discutir la existencia de integrales primeras del movimiento de la partícula;
2. Obtener las ecuaciones diferenciales del movimiento de la partícula;
3. Obtener la reacción que ejerce el aro sobre la partícula en una posición genérica en función de los grados de libertad y sus derivadas.

(Examen Parcial, curso 05/06)