Práctica nº 1 curso 2010-2011

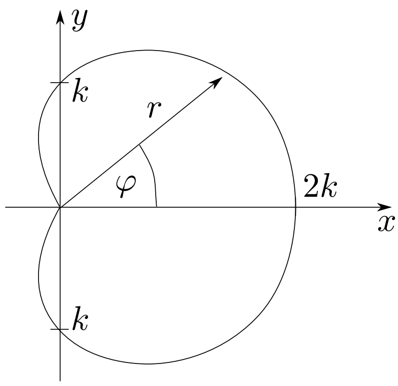
MECÁNICA

1a. Utilizando las fórmulas de Frenet calcular los vectores del triedro móvil para los casos del movimiento de una partícula que sigue las siguientes trayectorias:

- Trayectoria circular en el plano XY con centro el origen de coordenadas y velocidad angular constante:
$$r(t) = [R \cdot \cos(\omega t), R \cdot \mathrm{sen}(\omega t), 0]$$
- Trayectoria helicoidal con centro el origen de coordenadas, velocidad angular constante y parámetro de paso b:
$$r(t) = [R \cdot \cos(\omega t), R \cdot \mathrm{sen}(\omega t), b\omega t]$$

⋆

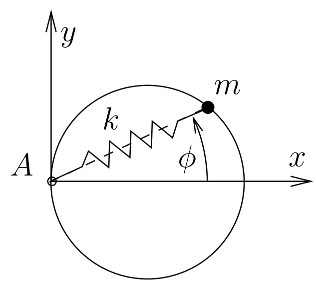
1b. Una partícula se mueve con velocidad constante v a lo largo de la cardioide $r = k(1 + \cos(\varphi))$. Obtener la expresión de la velocidad y la aceleración de la partícula en coordenadas polares.



⋆

2. Una partícula de masa m, pesada, se mueve sin rozamiento sobre un aro de radio R con ligadura bilateral. La partícula se encuentra atraída mediante una fuerza elástica de constante k a un punto A del aro que se encuentra en un diámetro horizontal. El aro gira con una velocidad angular constante ω en torno al eje vertical fijo Ay.

Sea ϕ el ángulo que forma el diámetro horizontal con el radio-vector que une el punto A con la partícula. Se pide:

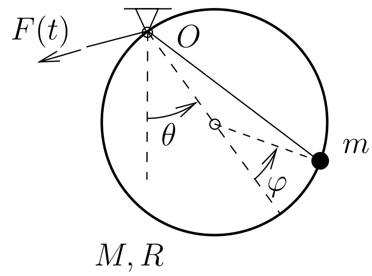


1. Expresar la aceleración de la partícula en función del ángulo ϕ y sus derivadas.
2. Ecuación diferencial del movimiento.
3. Comprobar la existencia de una integral primera del movimiento. ¿Se conserva la energía?
4. Obtener la reacción que ejerce el aro sobre la partícula

(Problema puntuable, curso 00/01)

⋆

3. Una aro de masa M y radio R se mueve en todo momento en un plano vertical con un punto de su periferia O fijo. Ensartada en el aro se mueve una partícula de masa m. Por otra parte, la partícula está unida a uno de los extremos de un cable inextensible y sin masa, que pasa por O a través de una pequeña argolla. En el otro extremo del cable se aplica una fuerza $F(t)$ dada. No existe rozamiento entre ninguna de las partes del sistema.



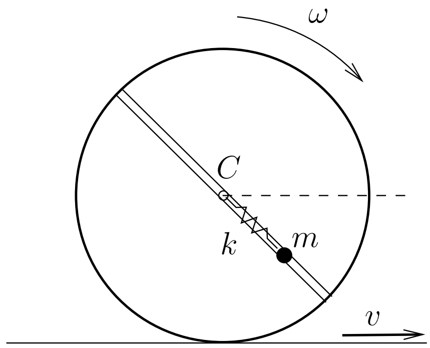
Se pide:

1. Momento cinético en O del sistema formado por el aro y la partícula.
2. Expresión del principio del momento cinético del sistema aro-partícula en O.
3. Expresión del principio de la cantidad de movimiento de la partícula.
4. Justificar razonadamente la existencia o no de integrales primeras del movimiento.
5. Expresar la reacción del aro sobre la partícula en un instante genérico.

(Problema puntuable, curso 98/99)

———————————— ⋆ ————————————

4. Un disco de radio R se mueve en todo momento en un plano vertical de forma que gira con velocidad angular ω constante, y que rueda sobre una recta horizontal con una velocidad de deslizamiento constante v.
En el disco existe una ranura radial lisa en la que se mueve una partícula de masa m, que está unida además al centro (C) del disco mediante un resorte de constante elástica k y longitud natural nula.



Se pide:

1. Expresar la ecuación diferencial del movimiento de la partícula en la ranura.
2. Obtener el valor mínimo de k para que el movimiento de la partícula respecto de la ranura sea de tipo oscilatorio.
3. Expresar la reacción que ejerce la ranura sobre la partícula.
4. Suponiendo que en en instante inicial la ranura está horizontal y la partícula se encuentra en el borde derecho del disco y en reposo respecto de éste, calcular el trabajo de la reacción entre $t = 0$ y un instante en que la ranura ha girado un cuarto de vuelta ($t = \pi/(2\omega)$). Particularizar este cálculo para $k = 10mg/R$, $\omega = \sqrt{g/R}$ y $v = (5/6)\omega R$.

(Examen parcial, curso 00/01)

———————————— ⋆ ————————————