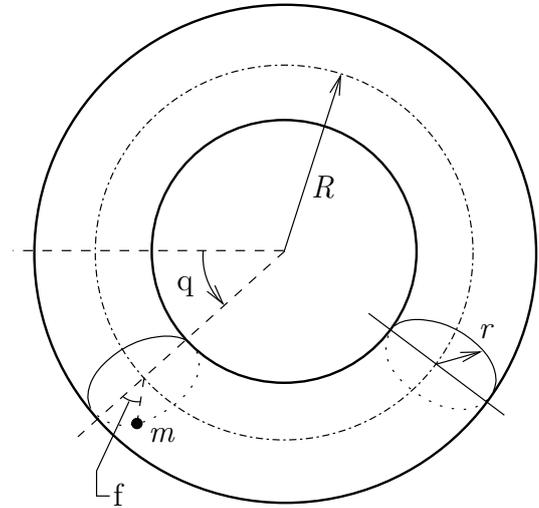


5. Una partícula pesada se mueve con ligadura bilateral lisa sobre una superficie toroidal fija, cuya línea media es una circunferencia vertical de radio  $R$ , y su sección normal es otra circunferencia de radio  $r$ . La posición de la partícula queda determinada por los ángulos  $\theta$  y  $\phi$  de la figura adjunta.

Se pide:

1. Discutir la existencia de integrales primeras del movimiento de la partícula;
2. Expresar las ecuaciones diferenciales del movimiento de la partícula en función de  $\theta$ ,  $\phi$  y sus derivadas;
3. Expresión de la reacción sobre la partícula en un instante genérico.



(Problema puntuable, curso 04/05)

★

6. Un punto material de masa  $m$  se puede mover, sin rozamiento, sometido a la acción de su propio peso, en la superficie interior de un paraboloide de revolución de ecuación  $x^2 + y^2 = az$ . Se pide:

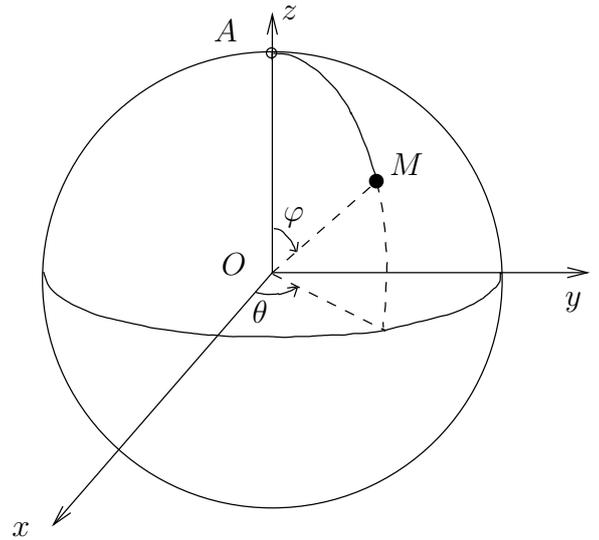
1. Escribir las ecuaciones diferenciales del movimiento.
2. Demostrar que el punto describe una circunferencia horizontal en un plano cualquiera con tal de que tenga una velocidad angular  $\omega^2 = 2g/a$ .
3. Se supone que cuando el punto material pasa por la posición que corresponde a  $z = a$ , su velocidad es horizontal y vale  $v^2 = 8ga$ . Hallar la cota más alta que alcanza la trayectoria del punto.

★

7. Un punto material  $M$  de masa  $m$ , pesado, se mueve sin rozamiento sobre una esfera de centro  $O$  y radio  $R$  con ligadura bilateral. El punto  $M$  está unido mediante una goma elástica de longitud natural cero y constante de rigidez  $k$  al punto  $A$  de la esfera ( $OA$  es la vertical ascendente). La goma se apoya en todo momento sobre la cara exterior de la esfera.

Se pide:

1. Determinar la función potencial de la que derivan las fuerzas directamente aplicadas al punto.
2. Determinar las integrales primeras de donde se deduce el movimiento del punto para unas condiciones iniciales arbitrarias.
3. Determinar qué condición debe verificar  $k$  y qué condiciones iniciales se necesitan para que el punto describa el paralelo correspondiente a  $\varphi = 60^\circ$ .
4. En el caso particular en el que  $k = mg/R$  y las condiciones iniciales sean  $\varphi = 60^\circ$  y el punto se lance con una velocidad inicial  $v_0$  tangente al paralelo correspondiente, se pide:
  - a) Justificar razonadamente si el punto inmediatamente después del instante inicial subirá o bajará.
  - b) Calcular la reacción normal de la esfera en el instante inicial.



(Problema puntuable, curso 99/00)

★

8. Una circunferencia de radio  $R$  tiene su centro fijo en el origen y su normal forma 45 grados con el eje  $z$ . Esta circunferencia gira alrededor del eje  $z$  con velocidad  $\omega$  constante mientras una partícula pesada de masa  $m$  se mueve por la circunferencia sin rozamiento. Se pide:

1. Aceleración de la partícula.
2. Ecuación del movimiento de la misma.

★